



دوره جمع بندی دوپینگ

سه شنبه

۱۴۰۴/۰۱/۱۲

دفترچه پاسخ

بانک سؤالات کنکور:

فصل ۱ دوازدهم

# دوپینگ ماز

## گروه آزمایشی علوم تجربی فیزیک

درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پیشنهادی
فیزیک	۳۶	۱	۳۶	۴۸ دقیقه

۱ و ۲ دهم	۳ و ۴ دهم	۱ یازدهم	۲ یازدهم	۳ یازدهم	۱ دوازدهم	۲ دوازدهم	۳ دوازدهم	۴ دوازدهم
هفته اول	هفته دوم	هفته سوم	هفته چهارم	هفته پنجم	هفته ششم			

۵۵ روز جمع بندی تا کنکور اردیبهشت

دفترچه مکمل دوپینگ: این دفترچه روز بعد از آزمون دوپینگ هر درس در اختیار شما قرار می گیرد و شامل بانک سؤالات کنکورهای سراسری ۹۸ تا ۱۴۰۳ در همان مبحث است تا ضمن مرور مجدد، سیر تست های کنکور در هر مبحث را به دقت مورد بررسی قرار دهید.

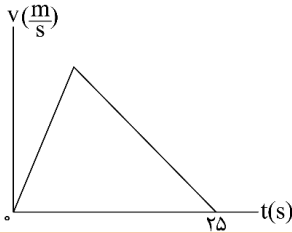
حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



سوالات کنکور: فصل ۱ دوازدهم

۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است، به صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این ۲۵ ثانیه برابر  $10 \frac{m}{s}$  باشد، بیشینه سرعت متحرک در ضمن حرکت، چند متر بر ثانیه است؟



- ۲۰ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۵۰ (۴)

(آسان - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۱

نمودار سرعت-زمان

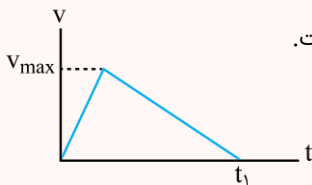
۱- در نمودار  $v-t$ ، مساحت زیر نمودار با جابه‌جایی انجام‌شده برابر است:

$$d = S_1 - S_2$$

۲- سرعت متوسط برابر است با جابه‌جایی انجام‌شده تقسیم بر مدت‌زمان:

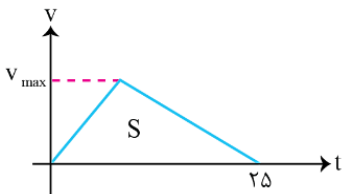
$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$$

۳- هرگاه مانند شکل زیر، نمودار سرعت - زمان به صورت یک مثلث باشد، سرعت متوسط در این مدت نصف بیشینه سرعت است.



$$v_{av} = \frac{v_{max}}{2} \text{ : سرعت متوسط در بازه صفر تا } t_1$$

در نمودار  $v-t$  داده‌شده، مساحت زیر نمودار، برابر با جابه‌جایی انجام‌شده است:



$$d = S = \frac{v_{max} \times 25}{2}$$

طبق تعریف سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow 10 = \frac{v_{max} \times 25}{2 \times 25} \rightarrow v_{max} = 20 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۲- متحرکی روی محور  $x$  حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان  $x_0 = -40 \text{ m}$  می‌گذرد و در لحظه  $t_1 = 6 \text{ s}$  به مکان  $x_1 = 100 \text{ m}$  می‌رسد و در نهایت در لحظه  $t_2 = 10 \text{ s}$  از مکان  $x_2 = 20 \text{ m}$  می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در  $SI$  در این ۱۰ ثانیه کدام است؟

- ۲۲ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۲ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۳

سرعت متوسط

سرعت متوسط برابر است با نسبت جابه‌جایی انجام‌شده به مدت‌زمان سپری‌شده:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

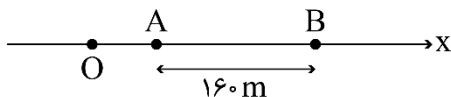
دقت کنید سرعت متوسط فقط به مبدأ و مقصد حرکت مرتبط است و ربطی به مسیر حرکت ندارد.

$$v_{av} = \frac{20 - (-40)}{10} = 6 \frac{m}{s}$$

طبق رابطه محاسبه سرعت متوسط:

گروه آموزشی ماز

۳- مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  روی محور  $x$  حرکت می‌کند. اگر فاصله بین دو نقطه  $A$  و  $B$  را در مدت  $8$  ثانیه طی کند و در نقطه  $O$  سرعتش صفر باشد، فاصله  $OA$  چند متر است؟



- ۱۸ (۱)
- ۴۵ (۳)
- ۳۶ (۲)
- ۷۲ (۴)



(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۲

در حرکت متحرک با شتاب ثابت روابط زیر برقرار است:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \rightarrow \text{جابجایی}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow \text{مستقل از زمان}$$

گام اول:

با توجه به جابه‌جایی انجام‌شده از A تا B نسبت به نقطه A می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{1}{2}at^2 + v_A t$$

$$\rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 + v_A \times 8 \rightarrow v_A = 12 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

با توجه به رابطه مستقل از زمان برای بازه O تا A می‌نویسیم:

$$v_A^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_{OA} \rightarrow 12^2 - 0 = 2 \times 2 \times \Delta x_{OA} \rightarrow \Delta x_{OA} = 36 m$$

گروه آموزشی ماز

۴- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادله سرعت - زمان آن در SI به صورت  $V = 2t^2 - 4t - 2$  است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۴

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 = (n-1)T, t_2 = nT$$

۱- شتاب متوسط از رابطه روبه‌رو به‌دست می‌آید:

۲- T ثانیه n ام، یعنی:

۲ ثانیه دوم، یعنی از  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 4s$ :

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= 2 \times 2^2 - 4 \times 2 - 2 = -2 \frac{m}{s} \\ v_2 &= 2 \times 4^2 - 4 \times 4 - 2 = 14 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \rightarrow a_{av} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = 8 \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۵- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه  $30 \frac{m}{s}$  در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه

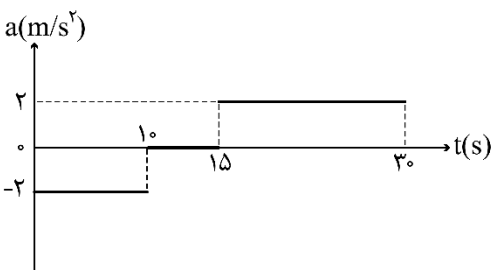
زمانی  $t_1 = 10s$  تا  $t_2 = 30s$ ، چند متر بر ثانیه است؟

۱۵ (۱)

۲۰ (۲)

۲۱/۲۵ (۳)

۴۲/۵ (۴)



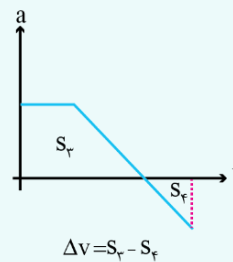
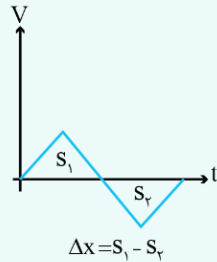


سخت - نموداری - ۱۲۰۱ (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۳



۱- مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی و مساحت زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت است.

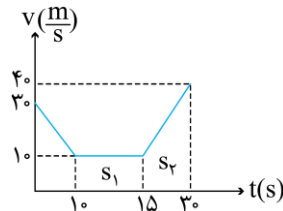


۲- سرعت متوسط از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

گام اول:

ابتدا نمودار  $a-t$  داده شده را به  $v-t$  تبدیل می‌کنیم:



$$[0-10s] \rightarrow v_1 - v_0 = -2 \times 10 \rightarrow v_1 - 30 = -20 \rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

$$[10-15s] \rightarrow v_{15} - v_1 = 0 \rightarrow v_{15} - 10 = 0 \rightarrow v_{15} = 10 \frac{m}{s}$$

$$[15s-30s] \rightarrow v_{30} - v_{15} = 2 \times 15 \rightarrow v_{30} - 10 = 30 \rightarrow v_{30} = 40 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

حال مساحت زیر نمودار  $v-t$  را برای بازه  $[10s-30s]$  حساب می‌کنیم که با  $\Delta x$  این بازه برابر است:

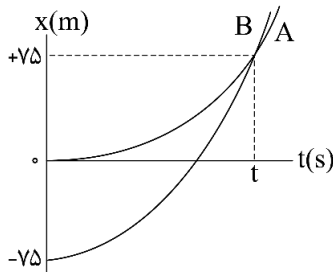
$$\Delta x = S_1 + S_2 = 5 \times 10 + \frac{(10+40) \times 15}{2} = 425 m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{425}{30-10} = 21.25 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از حال سکون به حرکت درآمده‌اند، به صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A

برابر  $\frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$  باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در لحظه‌ای که از A سبقت می‌گیرد، کدام است؟



- ۱)  $\frac{1}{2}$
- ۲)  $\frac{2}{3}$
- ۳)  $\frac{3}{4}$
- ۴)  $\frac{1}{3}$



(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۲

۱- اگر سرعت اولیه متحرکی که با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، برابر صفر باشد، طبق رابطه  $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ ، در یک بازه زمانی معین، جابه‌جایی متناسب با شتاب است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{\text{یکسان } t} \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} = \frac{a_B}{a_A}$$

۲- اگر در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه صفر باشد، طبق رابطه  $v = at$ ، سرعت در لحظه  $t$  متناسب با شتاب است.

$$v = at \xrightarrow{\text{یکسان } t} \frac{v_B}{v_A} = \frac{a_B}{a_A}$$

در این سؤال سرعت اولیه هر دو متحرک صفر بوده، بنابراین طبق رابطه  $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ ، در یک بازه زمانی معین، جابه‌جایی متناسب است.

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_A &= 75 - 0 = 75 \text{ m} \\ \Delta x_B &= 75 - (-75) = 150 \text{ m} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} = \frac{150}{75} = 2 \rightarrow \frac{a_B}{a_A} = 2$$

$$\frac{a_B}{a_A} = 2 \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 2$$

طبق رابطه  $v = at$ ، این نسبت با نسبت سرعت‌ها هم برابر است:

گروه آموزشی ماز

۷- دو متحرک روی محور  $x$  از حال سکون با شتاب‌های  $a$  و  $\frac{9}{16}a$  هم‌زمان از یک نقطه به سوی مقصدی معین به حرکت در می‌آیند و با فاصله زمانی ۲ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر به مقصد می‌رسد، چند ثانیه است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۹)

پاسخ: گزینه ۲

جابه‌جایی جسم در حرکت با شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

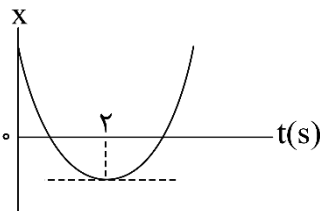
چون هر دو متحرک به یک مقصد رسیده‌اند، جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \rightarrow \frac{1}{2}a_1 t_1^2 + v_{0,1} t_1 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 + v_{0,2} t_2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{16}a(t+2)^2 \rightarrow t = \frac{3}{4}(t+2) \rightarrow t = 6 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1 \text{ s}$  تا  $t_2 = 6 \text{ s}$  برابر  $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، مسافتی که متحرک در این بازه زمانی طی می‌کند، چند متر است؟



۱۳ (۱)

۱۵ (۲)

۱۷ (۳)

۱۹ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۹)

پاسخ: گزینه ۳

در مورد نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت  $a$ ، چند نکته زیر می‌تواند حل سؤالات را ساده‌تر کند.

۱- در رأس سهمی، سرعت صفر است.

۲-  $t$  ثانیه قبل از رأس سهمی، سرعت  $-at$  است.

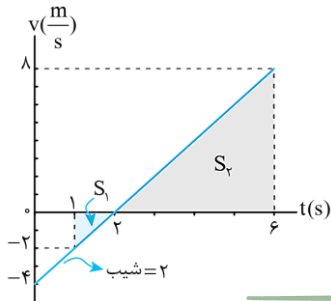
۳-  $t$  ثانیه پس از رأس سهمی، سرعت  $+at$  است.



در نمودار مکان - زمان داده شده، رأس سهمی در لحظه  $t = 2s$  قرار دارد، پس سرعت در این لحظه صفر است. سرعت در لحظه  $t = 1s$ ، یعنی یک ثانیه قبل از رأس سهمی برابر  $v_1 = -a$  و در لحظه  $t = 6s$ ، یعنی  $4s$  پس از رأس برابر  $v_6 = 4a$  است.

$$t = 6s \text{ تا } t = 1s \text{ در بازه } v_{av} = \frac{v_1 + v_6}{2}$$

$$\rightarrow 3 = \frac{-a + 4a}{2} \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$



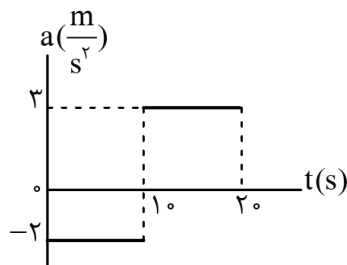
حال که شتاب را داریم و می‌دانیم سرعت در لحظه  $t = 2s$  صفر می‌شود، می‌توانیم نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم.

$$S_1 = \frac{2 \times 1}{2} = 1m, \quad S_2 = \frac{4 \times 4}{2} = 16m$$

$$\text{مسافت: } L = |S_1| + |S_2| = 1 + 16 = 17m$$

گروه آموزشی ماز

۹- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند و در لحظه  $t = 0$  با سرعت اولیه  $\vec{v}_0 = \left(10 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$  برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند؟



۱۰ (۱)

۴۰ (۲)  
۳

۱۵ (۳)

۵۰ (۴)  
۳

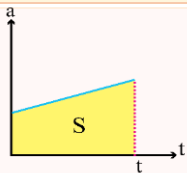
(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۹)

پاسخ: گزینه ۴

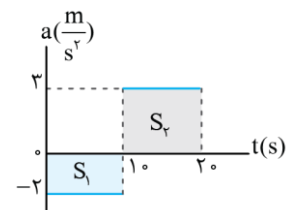
نمودار شتاب - زمان

در نمودار  $a - t$  مساحت زیر نمودار با تغییرات سرعت برابر است:

$$\Delta v = S$$



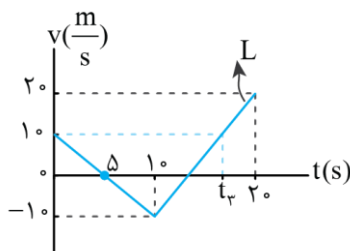
ابتدا با توجه به نمودار  $a - t$ ، نمودار  $v - t$  آن را رسم می‌کنیم:



$$[0 - 10] \rightarrow \Delta v = S_1 \rightarrow v_1 - v_0 = S_1 \rightarrow v_1 - 10 = -2 \times 10 \rightarrow v_1 = -10 \frac{m}{s}$$

$$[10 - 20] \rightarrow \Delta v = S_2 \rightarrow v_2 - v_1 = S_2 \rightarrow v_2 - (-10) = 3 \times 10 \rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

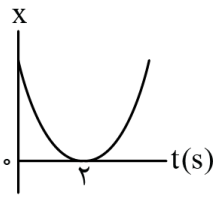
حالا نمودار  $v - t$  آن را رسم می‌کنیم:



متحرک اولین بار در  $t_1 = 0$  از مبدأ عبور می‌کند. با توجه به نمودار سرعت - زمان، جابه‌جایی در  $5$  ثانیه اول و دوم قرینه یکدیگر است، بنابراین برای بار دوم در لحظه  $t_2 = 10s$  از مبدأ می‌گذرد و در لحظه  $t_3$  روی نمودار برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند. برای خط  $L$  می‌توانیم بنویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب خط} &= \frac{20 - (-10)}{20 - 10} = 3 \\ \text{شیب خط} &= \frac{10 - (-10)}{t_3 - 10} = \frac{20}{t_3 - 10} \end{aligned} \right\} 3 = \frac{20}{t_3 - 10} \rightarrow t_3 = \frac{50}{3} s$$

گروه آموزشی ماز



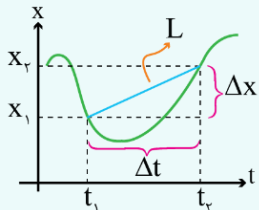
۱۰- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو، به صورت سهمی است. کدام مورد درست است؟

- (۱) مسافت طی شده در ۳ ثانیه اول برابر مسافت طی شده در ۳ ثانیه دوم است.
- (۲) مسافت طی شده در ۳ ثانیه اول برابر بزرگی جابه‌جایی این بازه زمانی است.
- (۳) بزرگی سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 5s$  است.
- (۴) بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیه اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 4s$  است.

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۴

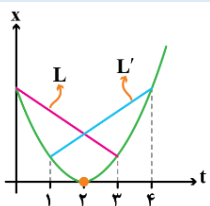
در نمودار  $x-t$ ، اندازه شیب خط بین دو نقطه، برابر با بزرگی سرعت متوسط دو لحظه است:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = L \text{ شیب خط}$$

روش اول:

رأس سهمی در  $t = 2s$  است. چون بازه‌های زمانی  $[0-3]$  و  $[1-4]$  تقارن نسبت به  $t = 2s$  دارند، پس بزرگی شیب خط‌های آن‌ها باهم برابر است و در نتیجه سرعت متوسط در این دو بازه هم‌اندازه است.



روش دوم:

چون سرعت در  $t = 2s$  صفر است، سرعت در لحظات  $t_0 = 0$  (ثانیه قبل از رأس) و  $t_1 = 1s$  (ثانیه قبل از رأس) به ترتیب  $v_0 = -2a$  و  $v_1 = -a$  و در لحظات  $t_2 = 3s$  (ثانیه پس از رأس) و  $t_3 = 4s$  (ثانیه پس از رأس) به ترتیب  $v_2 = a$  و  $v_3 = 2a$  است، بنابراین سرعت متوسط در بازه‌های  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 3s$  و  $t_3 = 4s$  تا  $t_0 = 0$  برابر است با:

$$\begin{cases} v_{av_{0 \rightarrow 3}} = \frac{v_0 + v_3}{2} = \frac{-2a + a}{2} = \frac{-a}{2} \\ v_{av_{1 \rightarrow 4}} = \frac{v_1 + v_4}{2} = \frac{-a + 2a}{2} = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow |v_{av_{0 \rightarrow 3}}| = |v_{av_{1 \rightarrow 4}}|$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اتومبیلی با تندی (سرعت) ثابت  $72 \frac{km}{h}$  در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند که ناگهان راننده مانع ثابتی را در  $52$  متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند

و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  کند می‌شود. اگر زمان واکنش راننده  $0.5$  ثانیه باشد، اتومبیل:

(۱)  $2$  متر قبل از مانع متوقف می‌شود. (۲) در لحظه رسیدن به مانع متوقف می‌شود.

(۳) با تندی (سرعت)  $8 \frac{m}{s}$  به مانع برخورد می‌کند. (۴) با تندی (سرعت)  $4\sqrt{5} \frac{m}{s}$  به مانع برخورد می‌کند.

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta x = v \Delta t$$

اگر حرکت با سرعت ثابت باشد، جابه‌جایی برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$$

ولی اگر حرکت با شتاب ثابت باشد و سؤال، صحبتی از زمان نکرده باشد:

با توجه به اینکه زمان واکنش راننده  $0.5s$  است و در این  $0.5s$  اتومبیل با تندی ثابت حرکت کرده است، جابه‌جایی آن برابر است با:

$$v = 72 \frac{km}{h} \div 3.6 = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = v \Delta t = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

حالا فرض کنیم که مانعی وجود نداشت، با شتاب منفی، اتومبیل به اندازه زیر جابه‌جا می‌شود تا بایستد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=20 \frac{m}{s}} 0 - 20^2 = 2(-4) \Delta x_2$$

$$\Delta x_2 = 50 \text{ m}$$



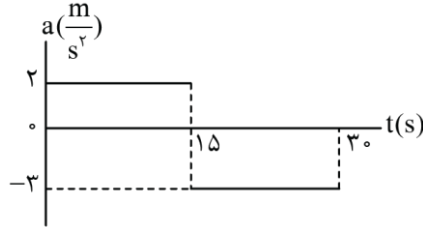
پس اتومبیل از لحظه اولیه، به اندازه  $60 = 50 + 10$  m حرکت می کند تا کامل بایستد، درحالی که فاصله آن تا مانع  $52$  m است؛ در نتیجه به مانع برخورد خواهد کرد؛ سرعت برخورد اتومبیل با مانع برابر است با:

$$v'^2 - v_0^2 = 2a\Delta x' \rightarrow v'^2 - 20^2 = 2(-4) \times 42$$

$$\rightarrow v' = 8 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند و بردار سرعت اولیه آن در SI به صورت  $\vec{V}_0 = -1 \hat{i}$  است، مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه جایی در ۵ ثانیه ششم، چند برابر بزرگی جابه جایی در ۵ ثانیه اول حرکت است؟



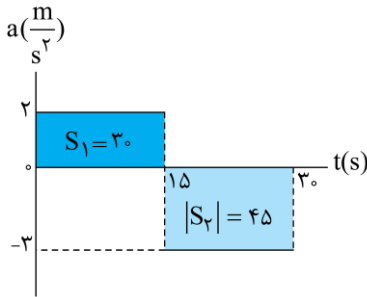
- ۳/۵ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱/۵ (۳)
- ۱ (۴)

(سخت - نموداری - ۱۴۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

نمودار سرعت - زمان را با توجه به نمودار شتاب - زمان رسم می کنیم.



$$v_{15} = v_0 + |S_1| = -1 + 30 = 29 \frac{m}{s}$$

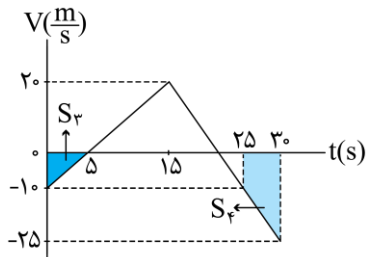
$$v_{30} = v_{15} - |S_2| = 29 - 45 = -16 \frac{m}{s}$$

$$v_{25} = v_{15} - 3 \times 10 = 29 - 30 = -1 \frac{m}{s}$$

$$v_5 = v_0 + 2 \times 5 = -1 + 10 = 9$$

گام دوم:

با استفاده از مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، اندازه جابه جایی را به دست می آوریم.



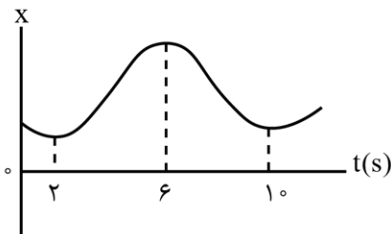
$$\Delta x = |S_3| = \frac{5 \times 10}{2} = 25 \text{ m}$$

$$\Delta x' = |S_4| = \frac{10 + 25}{2} \times 5 = \frac{175}{2} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta x'|}{|\Delta x|} = \frac{175}{2 \times 25} = \frac{7}{2} = 3.5$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در کدام یک از بازه های زمانی مشخص شده در گزینه ها بیشتر است؟



- ۱) صفر تا ۲s
- ۲) صفر تا ۶s
- ۳) ۱۰s تا ۲s
- ۴) ۱۰s تا ۶s



(آسان - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

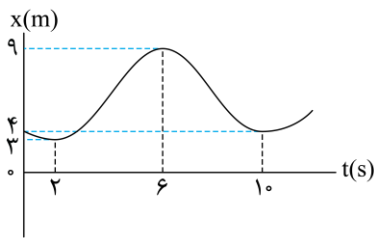
**تندی متوسط:**

تندی متوسط، کمیتی نردهای است که برابر با نسبت مسافت پیموده شده به مدت زمان سپری شده است و در SI، متر بر ثانیه است.

$s_{av}$ : تندی متوسط       $L$ : مسافت طی شده       $\Delta t$ : مدت زمان سپری شده

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

برای بررسی تندی متوسط، مسافت و زمان دو مولفه هستند که باید با هم در نظر گرفته و بررسی شوند. با توجه به این که روی نمودار داده شده عددی نوشته نشده، ساده ترین راه آن است که خودمان اعداد مناسبی روی نمودار بنویسیم و با کمک آن ها، تندی متوسط را در بازه های مختلف مقایسه کنیم.



$t = 2s$  تا  $t = 0$  بازه:  $L = 1m \rightarrow s_{av} = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$

$t = 6s$  تا  $t = 0$  بازه:  $L = 1 + 6 = 7m \rightarrow s_{av} = \frac{7}{6} \frac{m}{s}$

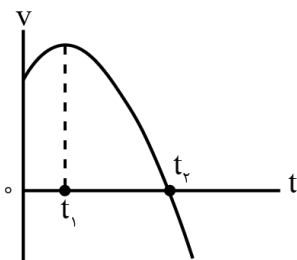
$t = 10s$  تا  $t = 2s$  بازه:  $L = 6 + 5 = 11m \rightarrow s_{av} = \frac{11}{8} \frac{m}{s}$

$t = 10s$  تا  $t = 6s$  بازه:  $L = 5m \rightarrow s_{av} = \frac{5}{4} \frac{m}{s}$

در بین عددهای به دست آمده،  $\frac{11}{8} \frac{m}{s}$  بزرگ تر از بقیه است، بنابراین در بازه  $t = 2s$  تا  $t = 10s$ ، تندی متوسط بزرگ تر از سایر بازه ها است.

**گروه آموزشی ماز**

۱۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل زیر قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست است؟



(۱) در بازه صفر تا  $t_1$  تندی در حال کاهش است.

(۲) بزرگی شتاب در لحظه صفر و  $t_2$  برابر است.

(۳) در بازه صفر تا  $t_2$  شتاب خلاف جهت محور X است.

(۴) بزرگی شتاب متوسط در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازه صفر تا  $t_2$  است.

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۰)

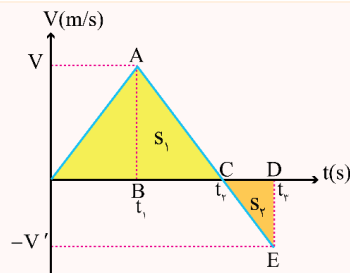
پاسخ: گزینه ۴

**تحلیل نمودار سرعت - زمان**

باتوجه به نمودار سرعت - زمان رسم شده داریم:

۱- شیب در نمودار سرعت - زمان بیانگر شتاب است.

۲- در لحظه ای که نمودار  $v - t$ ، محور t را قطع می کند، متحرک تغییر جهت می دهد.



۳- مساحت محصور بین نمودار  $v - t$  و محور t برابر جابه جایی ( $\Delta x$ ) است و از نظر اندازه برابر با مسافت (L) است. باتوجه به نمودار رسم شده داریم:

$\Delta x = S_1 - S_2$  (جابه جایی)       $L = |S_1| + |S_2|$  (مسافت)

روش تشابه در مثلث ها:

مطابق نمودار  $v - t$ ، فوق می توان نشان داد که:

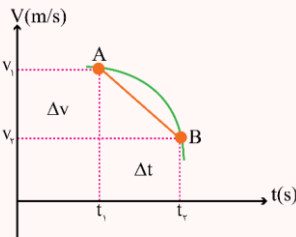
دو مثلث ایجاد شده متشابه هستند. بنابراین داریم:  $\frac{v}{v'} = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_2}$

از نتیجه گیری فوق می توان در حل سؤالات کمک گرفت و روند حل سؤال آسان می شود.

۴- بالای محور t، علامت سرعت مثبت و پایین محور t علامت سرعت منفی است.



۵- اگر نمودار سرعت - زمان از محور زمان دور شود، حرکت تندشونده است و اگر به محور زمان نزدیک شود، حرکت کندشونده است. شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه  $t_1$  تا  $t_2$  به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود که  $\vec{v}_1$  سرعت متحرک در لحظه  $t_1$  و  $\vec{v}_2$  سرعت متحرک در لحظه  $t_2$  است. شتاب متوسط کمیتی برداری است که همواره با بردار تغییر سرعت ( $\Delta \vec{v}$ ) هم‌جهت است.



یکای SI شتاب متوسط، متر بر مربع ثانیه  $(\frac{m}{s^2})$  است.

اگر متحرک بر یک راستا حرکت کند، می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

برای پاسخ دادن به این سؤال، به نکات زیر توجه کنید:

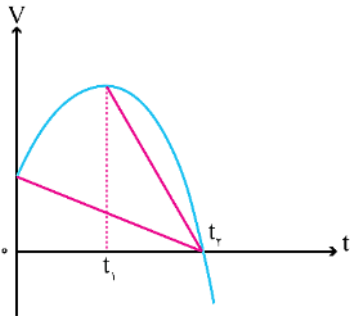
(۱) در بازه صفر تا  $t_1$  تندی در حال افزایش است. (گزینه ۱ نادرست است.)

(۲) اندازه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه  $t_2$  بزرگ‌تر از شیب نمودار در لحظه  $t = 0$  است.

بنابراین شتاب در این دو لحظه برابر نیست. (گزینه ۲ نادرست است.)

(۳) در بازه صفر تا  $t_1$ ، شیب مماس‌ها مثبت، در لحظه  $t_1$  شیب مماس صفر و از لحظه  $t_1$  تا  $t_2$  هم شیب مماس‌ها منفی است.

پس از صفر تا  $t_1$ ، شتاب مثبت، در لحظه  $t_1$  شتاب صفر و از لحظه  $t_1$  تا  $t_2$  شتاب منفی است. (گزینه ۳ نادرست است.)



(۴) اگر به خطوط قرمز رنگ دقت کنید، اندازه شیب خط از  $t_1$  تا  $t_2$  بزرگ‌تر از اندازه شیب خط از صفر تا  $t_2$  است، پس بزرگی شتاب متوسط در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازه صفر تا  $t_2$  است و گزینه ۴ درست است.

گروه آموزشی ماز

۱۵- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی  $t_1 = 5s$  تا  $t_2 = 10s$  در SI برابر  $-4\vec{i}$  و در بازه زمانی  $t_3 = 10s$  تا  $t_4 = 12s$  برابر  $2\vec{i}$  است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی  $t_1 = 5s$  تا  $t_3 = 12s$  در SI، کدام است؟

(۴)  $8\vec{i}$

(۳)  $4\vec{i}$

(۲)  $-\frac{16}{7}\vec{i}$

(۱)  $-\frac{2}{7}\vec{i}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

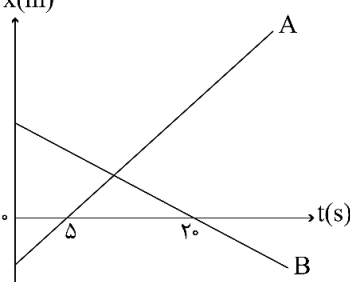
با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{v(10s) - v(5s)}{10 - 5} = -4 \Rightarrow v(10s) - v(5s) = -20 \\ \frac{v(12s) - v(10s)}{12 - 10} = 2 \Rightarrow v(12s) - v(10s) = 4 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{مجموع طرفین} \rightarrow v(12s) - v(5s) = -16 \\ &\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } v_s} \frac{v(12s) - v(5s)}{7} = -\frac{16}{7} \end{aligned}$$

شتاب متوسط در بازه  
 $t = 12s$  و  $t = 5s$

گروه آموزشی ماز

۱۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه فاصله دو متحرک ۱۵۰ متر باشد و تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B باشد، فاصله دو متحرک در لحظه  $t = 20s$  چند متر است؟



- (۱) ۵۰
- (۲) ۱۰۰
- (۳) ۱۵۰
- (۴) ۲۰۰



(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

حرکت با سرعت ثابت

حرکت با سرعت ثابت، حرکتی است که در آن اندازه سرعت (تندی) و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است و از رابطه زیر به دست می آید:

$$x = vt + x_0$$

مکان اولیه متحرک (m)  $\rightarrow$   $x_0$   
 مکان نهایی متحرک (m)  $\leftarrow$   $x$   
 سرعت متحرک ( $\frac{m}{s}$ )  $\leftarrow$   $v$

۱- سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط با هم برابرند. $v_{av} = v$	در حرکت با سرعت ثابت
۲- شتاب حرکت صفر است.	
۳- اندازه جابه‌جایی و مسافت با هم برابرند. $( d  = L)$	

با توجه به اطلاعات سؤال، اختلاف مکان اولیه دو متحرک  $150\text{ m}$  است و تندی  $A$ ،  $2$  برابر تندی متحرک  $B$  است:

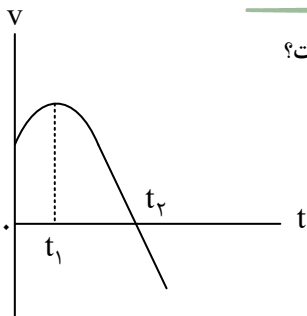
$$x_{B,0} - x_{A,0} = 150\text{ m} \quad (1), \quad v_A = 2|v_B| \quad (2)$$

$$\frac{-x_{A,0}}{5} = 2 \left( \frac{x_{B,0}}{20} \right) \rightarrow x_{B,0} = -2x_{A,0} \quad (1) \rightarrow \begin{cases} x_{A,0} = -50\text{ m}, v_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ x_{B,0} = 100\text{ m}, v_B = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$x_A = v_A t + x_{A,0} = 10t - 50 \xrightarrow{t=20\text{ s}} \begin{cases} x_A = 150\text{ m} \\ x_B = 0\text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 150\text{ m}$$

بنابراین فاصله دو متحرک در لحظه  $t = 20\text{ s}$  برابر  $150\text{ m}$  است.

گروه آموزشی ماز



۱۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام موارد زیر درست است؟

الف - جهت سرعت و شتاب در لحظه  $t_1$  تغییر کرده است.

ب - در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  حرکت در جهت محور  $x$  است.

پ - در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  تندی در حال کاهش است.

ت - بردار شتاب در بازه زمانی صفر تا  $t_2$  خلاف جهت محور  $x$  است.

(۲) پ

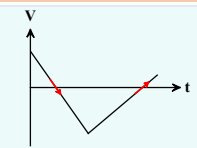
(۱) ب

(۴) ب و ت

(۳) الف و ت

(متوسط - مفهومی / نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

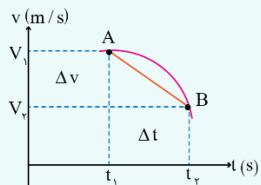
پاسخ: گزینه ۱



۱- در نمودار سرعت - زمان نقاطی که نمودار از محور  $t$  عبور می‌کند، تغییر جهت متحرک را نشان می‌دهند.

توجه داشته باشید که صرفاً برخورد نمودار به محور  $t$  برای تغییر جهت کافی نیست و باید از آن عبور کند.

۲- شتاب در هر لحظه دلخواه  $t$ ، برابر با شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه است.



$$\text{شتاب متوسط از } t_1 \text{ تا } t_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{av} \text{ (شیب پاره‌خط AB)}$$



**بررسی موارد:**

**الف:** در لحظه  $t_1$ ، شیب نمودار سرعت - زمان تغییر علامت داده است و در نتیجه جهت شتاب حرکت تغییر کرده است. دقت کنید در این لحظه سرعت مثبت است و تغییر جهت نمی دهد، بنابراین عبارت (الف) نادرست است.

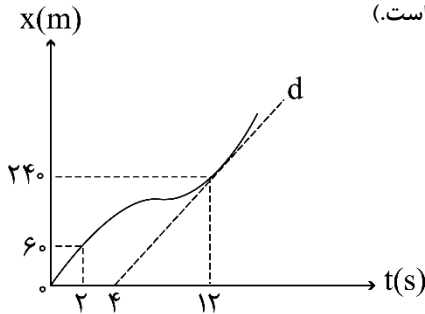
**ب:** در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، سرعت مثبت است، پس حرکت در جهت محور  $x$  بوده است و عبارت (ب) صحیح است.

**پ:** در بازه صفر تا  $t_1$ ، نمودار از محور افقی دور می شود و در نتیجه تندی حرکت در حال افزایش است. بنابراین عبارت (پ) نادرست است.

**ت:** در بازه صفر تا  $t_1$ ، شیب نمودار مثبت است و شتاب در جهت محور  $x$  است. سپس در بازه  $t_1$  تا  $t_2$ ، شیب منفی می شود و شتاب در خلاف جهت محور  $x$  خواهد بود. بنابراین عبارت (ت) هم نادرست است.

◆ گروه آموزشی ماز ◆

۱۸- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظه  $t = ۱۲s$  برابر تندی متوسط در بازه  $t_1 = ۲s$  تا  $t_2 = ۱۴s$  باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیه هفتم است؟ (خط  $d$  مماس بر نمودار در لحظه  $t = ۱۲s$  است.)



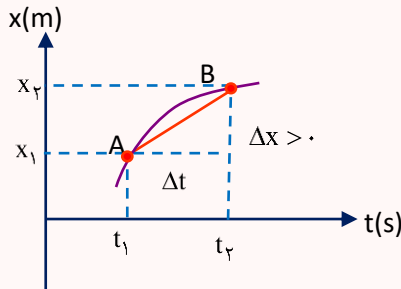
- (۱)  $\frac{1}{3}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{3}{5}$
- (۴)  $\frac{2}{3}$

(سخت - نموداری - ۱۴۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

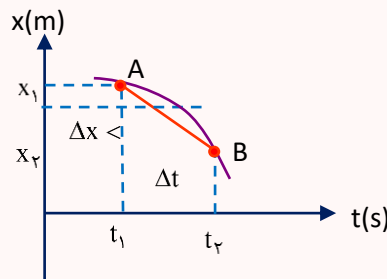
**تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان زمان:**

سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان - زمان را به یکدیگر وصل می کند.



$$\text{شیب پاره خط} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av}$$

$$\text{شیب پاره خط} > 0 \Rightarrow v_{av} > 0$$



$$\text{شیب پاره خط} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av}$$

$$\text{شیب پاره خط} < 0 \Rightarrow v_{av} < 0$$

**گام اول:**

محاسبه تندی در  $t = ۱۲s$ :

$$s = \text{شیب خط مماس} = \frac{240}{12-4} = 30 \frac{m}{s}$$

**گام دوم:**

پس با توجه به متن سؤال، تندی متوسط در بازه  $t = ۲s$  تا  $t = ۱۴s$  هم برابر  $30 \frac{m}{s}$  است و داریم:

$$2s < t < 14s: s_{av} = \frac{x_{14} - 60}{14 - 2} \rightarrow x_{14} = 420m$$

در رابطه بالا  $x_{14}$  مکان در  $t = ۱۴s$  است.



گام سوم:

محاسبه سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول و هفتم:

$$\text{ثانیه اول } ۲: v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{2 - 0} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \text{ m/s}$$

$$\text{ثانیه هفتم } ۲: v'_{av} = \frac{x_{14} - x_{12}}{14 - 12} = \frac{420 - 240}{2} = 90 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی  $t_1 = 0 \text{ s}$  تا  $t_2 = 10 \text{ s}$  در SI برابر  $-2\vec{i}$  و در بازه زمانی  $t_1 = 0 \text{ s}$  تا  $t_3 = 15 \text{ s}$  برابر  $\frac{2}{3}\vec{i}$  است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی  $t_2 = 10 \text{ s}$  تا  $t_3 = 15 \text{ s}$  در SI، کدام است؟

$\frac{4}{3}\vec{i}$  (۴)

$6\vec{i}$  (۳)

$4\vec{i}$  (۲)

$2\vec{i}$  (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

شتاب متوسط

شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه  $t_1$  تا  $t_2$  به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود که  $\vec{v}_2$  و  $\vec{v}_1$  سرعت متحرک در لحظه  $t_1$  و  $t_2$  است. شتاب متوسط کمیتی برداری است که همواره با بردار تغییر سرعت ( $\Delta\vec{v}$ ) هم‌جهت است. یکای SI شتاب متوسط، متر بر مربع ثانیه ( $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) است.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

اگر متحرک بر یک راستا حرکت کند، می‌توان نوشت:

با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نوشت:

رابطه (۱):  $a_{av_1} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \rightarrow -2 = \frac{v_2 - v_1}{10} \rightarrow v_2 - v_1 = -20 \text{ m/s}$  بازه  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 10 \text{ s}$

رابطه (۲):  $a_{av_2} = \frac{v_3 - v_1}{t_3 - t_1} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{v_3 - v_1}{15} \rightarrow v_3 - v_1 = 10 \text{ m/s}$  بازه  $t_1 = 0$  تا  $t_3 = 15 \text{ s}$

$$(v_3 - v_1) - (v_2 - v_1) = 10 - (-20) \rightarrow v_3 - v_2 = 30 \text{ m/s}$$

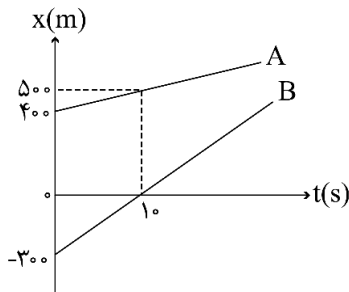
با کم کردن رابطه (۱) از رابطه (۲) داریم:

$$a_{av_2} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{30}{15 - 10} = \frac{30}{5} = 6 \text{ m/s}^2$$
 در بازه  $t_2 = 10 \text{ s}$  تا  $t_3 = 15 \text{ s}$

$$\rightarrow \vec{a}_{av_2} = +6\vec{i} \quad (\text{در SI})$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار مکان - زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر، است. در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2 > t_1$  فاصله دو متحرک از هم  $600 \text{ m}$  است.  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟



است.  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟

۱۵ (۱)

۱۳ (۲)

۸ (۳)

۵ (۴)



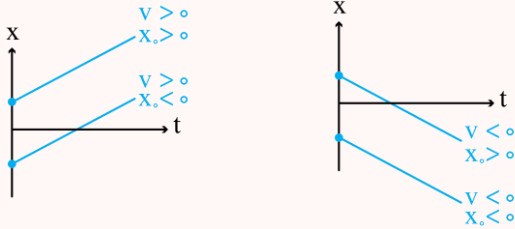
(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

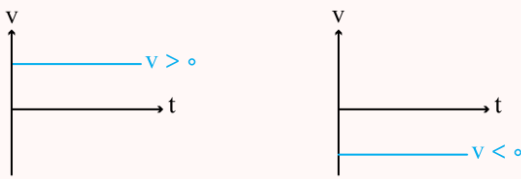
۱- نمودار مکان - زمان:

شیب این نمودار برابر سرعت و عرض از مبدأ آن برابر مکان اولیه متحرک است.



۲- نمودار سرعت - زمان:

با توجه به این که سرعت حرکت ثابت است، نمودار سرعت - زمان به شکل یک خط افقی است.



ابتدا در لحظه  $t = 0$ ، فاصله دو متحرک  $700\text{m}$  است و سپس در لحظه  $t = 10\text{s}$ ، فاصله به  $500\text{m}$  رسیده است. بنابراین فاصله با سرعت  $20\text{m/s}$  کاهش می یابد و معادله فاصله دو متحرک از هم برابر است با:

$$\text{فاصله اولیه} + d = vt \rightarrow d = -20t + 700$$

برای آن که فاصله برابر  $600\text{m}$  شود، داریم:

$$|d| = 600 \rightarrow |-20t + 700| = 600 \rightarrow \begin{cases} -20t + 700 = 600 \\ -20t + 700 = -600 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = 5\text{s} \\ t_2 = 65\text{s} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت  $V = -6t + 18$  است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0\text{s}$  تا  $t_2 = 4\text{s}$  چند متر بر ثانیه است؟

۱۱/۵ (۴)

۸ (۳)

۷/۵ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

تندی متوسط:

تندی متوسط، کمیتی نردهای است که برابر با نسبت مسافت پیموده شده به مدت زمان سپری شده است و یکی آن در SI، متر بر ثانیه است.

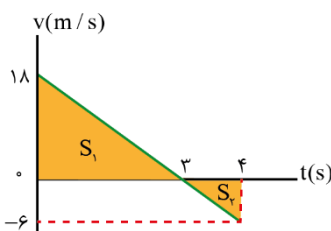
$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

$\Delta t$ : مدت زمان سپری شده

L: مسافت طی شده

$s_{av}$ : تندی متوسط

بهترین کار، رسم نمودار سرعت - زمان متحرک است. مساحت بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$ ، مسافت طی شده توسط متحرک را نشان می دهد.



$$L = S_1 + S_2$$

$$L = \frac{18 \times 3}{2} + \frac{1 \times 6}{2} = 30\text{m}$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{30}{4} = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز



۲۲- متحرکی با شتاب ثابت روی محور  $x$  حرکت می‌کند. جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2 = t_1 + 16(s)$  برابر  $400$  متر است. اگر نیمی از این جابه‌جایی در  $4$  ثانیه اول و نیم دیگر آن در  $12$  ثانیه بعد از آن انجام شود، بزرگی شتاب حرکت در SI کدام است؟

$\frac{25}{6}$  (۴)                       $\frac{25}{3}$  (۳)                       $\frac{5}{6}$  (۲)                       $\frac{5}{3}$  (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

### حرکت با شتاب ثابت:

اگر شتاب متحرک ثابت باشد (حواست باشه هم‌اندازه و هم‌جهتش ثابت باشه) آن‌گاه  $a_{av} = a$  می‌شود.

معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$a_{av} = a \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = a \Rightarrow v - v_0 = at \Rightarrow v = at + v_0$$

معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

اگر جسمی که با شتاب ثابت و در امتداد محور  $x$  حرکت می‌کند در  $t = 0$  در مکان اولیه  $x_0$  دارای سرعت  $v_0$  باشد، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v + v_0}{2} = \frac{x - x_0}{t} \Rightarrow x - x_0 = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t \xrightarrow{v=at+v_0}$$

$$x - x_0 = \left(\frac{at + v_0}{2}\right)t = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad \text{یا} \quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

### روش اول:

معادله جابه‌جایی - زمان رو یک‌بار برای قسمت اول مسیر و بار دیگر برای کل مسیر می‌نویسیم.

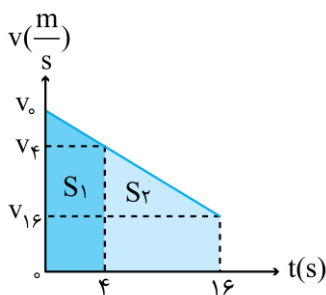
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a\Delta t_1^2 + v_0\Delta t_1 \rightarrow 200 = \frac{1}{2}a \times 4^2 + v_0 \times 4 \quad (1)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_0\Delta t \rightarrow 400 = \frac{1}{2}a \times 16^2 + v_0 \times 16 \quad (2)$$

$$\rightarrow \text{حل دستگاه معادلات (1), (2)} \rightarrow \begin{cases} v_0 = \frac{175}{3} \frac{m}{s} \\ a = \frac{-25}{6} \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

### روش دوم:

با استفاده از نمودار سرعت - زمان می‌توان نوشت:



$$v = at + v_0 \rightarrow \begin{cases} v_4 = 4a + v_0 \\ v_{16} = 16a + v_0 \end{cases}$$

$$S_1 = \left(\frac{v_4 + v_0}{2}\right) \times 4 = \left(\frac{4a + v_0 + v_0}{2}\right) \times 4$$

$$200 = 8a + 4v_0 \quad (1)$$

$$S_2 = \left(\frac{v_{16} + v_4}{2}\right) \times (16 - 4)$$

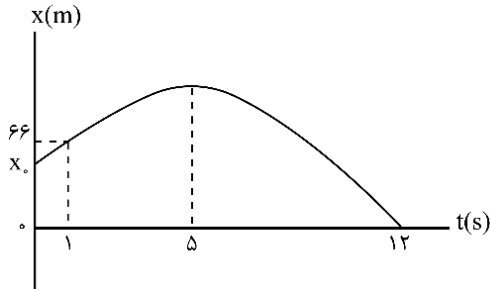
$$200 = \left(\frac{16a + v_0 + 4a + v_0}{2}\right) \times 12 \rightarrow 200 = 120a + 12v_0 \quad (2)$$

مانند روش اول، با حل دستگاه معادلات (1) و (2)،  $a = \frac{-25}{6} \frac{m}{s^2}$  به دست می‌آید.

◆ گروه آموزشی ماز ◆



۲۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. مکان اولیه متحرک ( $x_0$ ) چند متر است؟



- (۱) ۵۸  
(۲) ۵۲  
(۳) ۴۸  
(۴) ۴۲

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

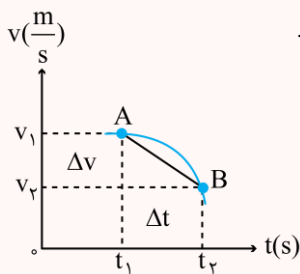
پاسخ: گزینه ۳

### حرکت با شتاب ثابت:

شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه  $t_1$  تا  $t_2$  به صورت رابطه زیر تعریف می شود که  $\vec{v}_1$  و  $\vec{v}_2$  سرعت متحرک در لحظه  $t_1$  و  $t_2$  است. شتاب متوسط

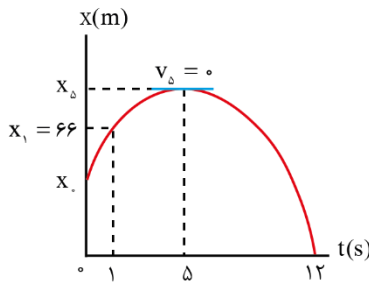
کمیتی برداری است که همواره با بردار تغییر سرعت ( $\Delta \vec{v}$ ) هم جهت است. یکای SI شتاب متوسط، متر بر مربع ثانیه ( $\frac{m}{s^2}$ ) است.

اگر متحرک بر یک راستا حرکت کند، می توان نوشت:



$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

سرعت متحرک در لحظه  $t = 5s$  (رأس سهمی) صفر است. با توجه به مفهوم شتاب،  $t$  ثانیه پس از رأس، سرعت برابر  $at$  و  $t$  ثانیه قبل از آن، سرعت برابر  $-at$  است.



$$a = \frac{v_5 - v_1}{5 - 1} = \frac{v_{12} - v_5}{12 - 5} \rightarrow v_1 = -4a, v_{12} = 7a$$

$$\Delta x_{(1s, 12s)} = \left( \frac{v_{12} + v_1}{2} \right) \Delta t \rightarrow 0 - 66 = \left( \frac{7a - 4a}{2} \right) \times (12 - 1)$$

$$-66 = \frac{3a}{2} \times 11 \rightarrow -6 = \frac{3a}{2} \rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

حال که شتاب را می دانیم، سرعت اولیه و مکان اولیه را محاسبه می کنیم.

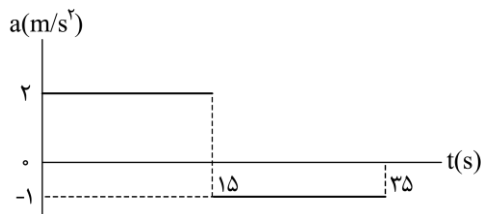
$$a = \frac{v_5 - v_0}{5 - 0} \rightarrow -4 = \frac{0 - v_0}{5} \rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \rightarrow x_1 - x_0 = \frac{1}{2} \times (-4) \times 1^2 + 20 \times 1$$

$$66 - x_0 = -2 + 20 \rightarrow x_0 = 66 - 18 = 48 \text{ m}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۴- نمودار شتاب - زمان متحرک  $\vec{V} = (-6 \frac{m}{s}) \vec{i}$  ی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه  $t = 2s$  سرعت متحرک و مکان



متحرک  $\vec{x} = (-16m) \vec{i}$  باشد، مکان متحرک در لحظه  $t = 35s$  کدام است؟

- (۱)  $(275m) \vec{i}$   
(۲)  $(300m) \vec{i}$   
(۳)  $(375m) \vec{i}$   
(۴)  $(400m) \vec{i}$



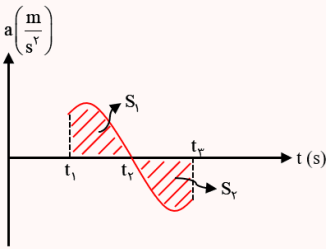
(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

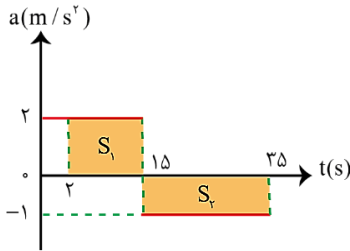
نمودار شتاب - زمان

سطح زیر نمودار شتاب - زمان، برابر با تغییر سرعت متحرک است. حواستان باشد که مساحت بالای محور زمان را با علامت مثبت و مساحت زیر محور زمان را با علامت منفی جمع می‌زنیم:

$$\Delta v = S_1 - S_2$$



مساحت بین نمودار  $a-t$  و محور  $t$  بیانگر تغییرات سرعت است.



$$\Delta v_{(2s, 15s)} = S_1$$

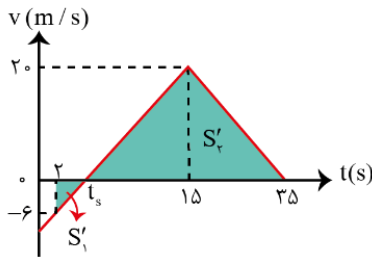
$$v_{15} - v_2 = (15 - 2) \times 2 \rightarrow v_{15} - (-6) = 26 \rightarrow v_{15} = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{(15s, 35s)} = -S_2$$

$$v_{35} - v_{15} = -(35 - 15) \times 1 \rightarrow v_{35} - 20 = -20 \rightarrow v_{35} = 0$$

برای رسم نمودار سرعت - زمان، باید لحظه تقاطع نمودار با محور  $t$  رو به دست بیاوریم. علامت سرعت در بازه  $(2s, 15s)$  تغییر کند. پس سرعت متحرک در

این بازه، که  $a = 2 \frac{m}{s^2}$  است، صفر می‌شود.



$$a = \frac{v_s - v_2}{t_s - 2}$$

$$2 = \frac{0 - (-6)}{t_s - 2} \rightarrow t_s = 5s$$

سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است.

$$\Delta x_{(2s, 35s)} = -S'_1 + S'_2$$

$$x_{35} - x_2 = \frac{-6 \times (5 - 2)}{2} + \frac{20 \times (35 - 5)}{2}$$

$$x_{35} - (-16) = -9 + 300 \rightarrow x_{35} = 291 - 16 = 275m$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- متحرکی با شتاب ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  روی محور  $x$  حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی آن در بازه زمانی  $t_1 = 9s$  تا  $t_2 = 16s$  برابر صفر باشد، تندی متوسط آن

در همین بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟

۱۴ (۴)

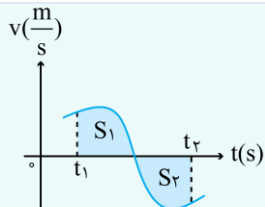
۱۰/۵ (۳)

۷ (۲)

۳/۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



برای یافتن مسافت طی شده در یک بازه زمانی، باید مساحت زیر نمودار سرعت - زمان را مثبت جمع کنیم.

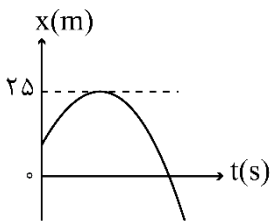
$$L = S_1 + S_2$$





۲۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در مکان  $x = -۳۷۵\text{m}$  برابر  $۴۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد،

چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور  $x$  است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۰
- (۴) ۵

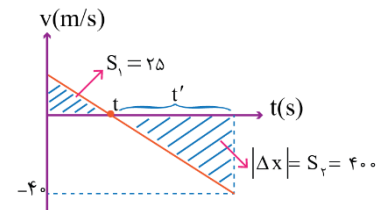
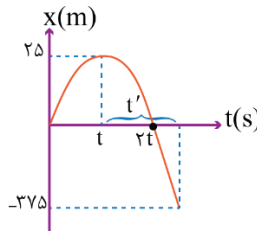
(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

با کمک نمودار سرعت - زمان به خواسته سؤال دست می یابیم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{16}{375} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{t'}{t} = 4 \quad (۱)$$

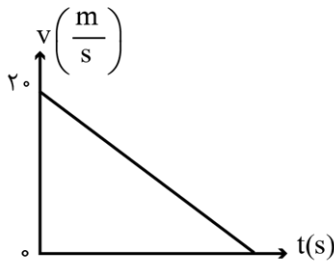
$$S_2 = \frac{16}{4} \times t' = 4t' \Rightarrow t' = 20\text{s} \Rightarrow t = 5\text{s}$$



با توجه به نمودار مکان - زمان، در  $۱۰\text{s} = 2t$  اول حرکت،  $x > 0$  است و بردار مکان در جهت محور  $x$  می باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۸- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافت طی شده در ۴ ثانیه اول، ۳۶ برابر مسافت طی شده در ۲ ثانیه آخر باشد، بزرگی شتاب حرکت، چند متر بر مربع ثانیه است؟



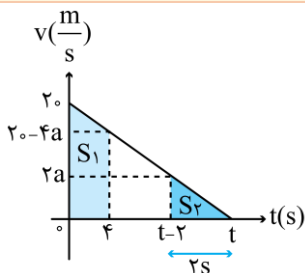
- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۲

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

صحبت از مسافت شده پس مسافت هایی که در صورت سؤال به آنها اشاره شده را در نمودار مشخص می کنیم و به این مورد توجه داریم که اندازه شتاب ثابت و برابر  $a$  است:



گام دوم:

با توجه به رابطه ای که بین مسافت ها برقرار است، شتاب را به دست می آوریم:

$$S_1 = 36S_2 \rightarrow \frac{[20 + (20 - 4a)]}{2} \times 4 = 36 \times \frac{2a + a}{2} \times 2$$

$$20 + 20 - 4a = 36a \rightarrow 40 = 40a \rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- متحرکی روی خط راست، با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می کند. در بازه زمانی  $t_1 = 1\text{s}$  تا  $t_2 = 3\text{s}$  مسافت  $۲۰\text{m}$  را طی می کند. مسافتی که در بازه زمانی  $t_3 = 3\text{s}$  تا  $t_4 = 7\text{s}$  طی می کند، چند متر است؟

- (۱) ۴۰
- (۲) ۸۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۲۰



(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

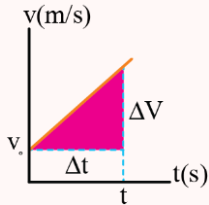
پاسخ: گزینه ۳

### حرکت با شتاب ثابت

هرگاه بردار شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم.

### ویژگی‌های حرکت با شتاب ثابت

۱- سرعت متحرک با زمان به صورت خطی تغییر می‌کند، پس تغییرات  $v$  نسبت به  $t$  به صورت یک تابع خطی است. به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t$  برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، بنابراین معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\text{حرکت با شتاب ثابت}} v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

۲- شیب نمودار سرعت - زمان، ثابت است و برابر با شتاب متحرک می‌باشد.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{شیب نمودار سرعت - زمان}$$

۳- شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف، یکسان است و شتاب متوسط در هر بازه زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است، یعنی:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۴- معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$x$ : مکان متحرک در لحظه  $t$        $a$ : شتاب ثابت متحرک       $v_0$ : سرعت اولیه       $x_0$ : مکان اولیه

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک، تابعی درجه دوم از زمان است.

۵- معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

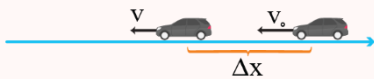
معادله‌ای است که سرعت متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$v = at + v_0$$

$v$ : سرعت متحرک در لحظه  $t$        $a$ : شتاب ثابت متحرک       $v_0$ : سرعت اولیه

۶- معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت:

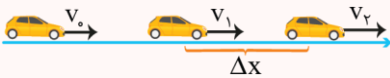
در این معادله زمان وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که زمان را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم.



$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

۷- معادله مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت:

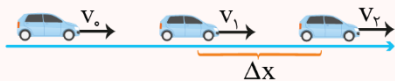
در این معادله شتاب وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که شتاب را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم.



$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t$$

### روش محاسبه جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت:

معادله جابه‌جایی - زمان:



$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t$$

حالت خاص: جابه‌جایی در بازه زمانی  $[0, t]$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

مسافت طی شده در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 3s$  برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta x_{0 \rightarrow 1} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a \\ \Delta x_{0 \rightarrow 3} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{9}{2}a \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{1 \rightarrow 3} = \frac{9}{2}a - \frac{1}{2}a = 4a \xrightarrow{\Delta x = 20 \text{ m}} 20 = 4a \Rightarrow a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

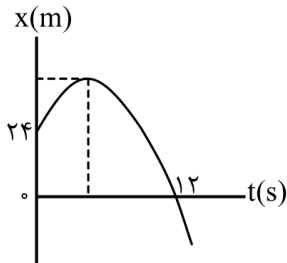


مسافت طی شده در بازه زمانی  $t_3 = 3s$  تا  $t_2 = 7s$  برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta x_{0 \rightarrow 3} = \frac{9}{2} a \\ \Delta x_{0 \rightarrow 7} = \frac{1}{2} at^2 = \frac{49}{2} a \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{3 \rightarrow 7} = \frac{49}{2} a - \frac{9}{2} a = 20a \xrightarrow{a = \frac{\Delta m}{s^2}} \Delta x_{3 \rightarrow 7} = 20 \times 5 = 100 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه  $t = 5s$  جهت حرکت تغییر کند، تندی متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 10s$  چند متر بر ثانیه است؟



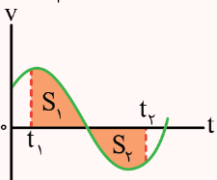
- (۱)  $\frac{17}{4}$
- (۲)  $\frac{15}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) ۸

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$



معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$x$ : مکان متحرک در لحظه  $t$        $a$ : شتاب ثابت متحرک

$v_0$ : سرعت اولیه       $x_0$ : مکان اولیه

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک تابعی درجه دوم از زمان است.

۲- مساحت زیر نمودار سرعت - زمان در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  برابر جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی است.

مساحت‌های بالای محور زمان، مثبت و مساحت‌های پایین محور زمان، منفی در نظر گرفته می‌شوند، یعنی جابه‌جایی در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  در نمودار بالا برابر است با:

$$\text{جابه‌جایی: } \Delta x_{(t_1, t_2)} = S_1 - S_2$$

۳- اگر در جمع مساحت‌ها، مساحت زیر محور زمان را مثبت در نظر بگیریم، مسافت طی شده به دست می‌آید، یعنی در نمودار بالا:

$$\text{مسافت: } l_{(t_1, t_2)} = S_1 + S_2$$

گام اول:

در لحظه  $t = 5s$  که جهت حرکت عوض می‌شود، سرعت صفر است. با توجه به مفهوم شتاب، در لحظه  $t = 0$ ، یعنی ۵ ثانیه قبل‌تر از لحظه تغییر جهت، سرعت برابر  $v_0 = -5a$  است و در لحظه  $t = 12s$ ، یعنی ۷ ثانیه پس از لحظه تغییر جهت، سرعت برابر  $v_{12} = +7a$  است. با توجه به نمودار، جابه‌جایی در ۱۲s اول حرکت برابر  $\Delta x = -24m$  است، بنابراین با استفاده از معادله مستقل از شتاب داریم:

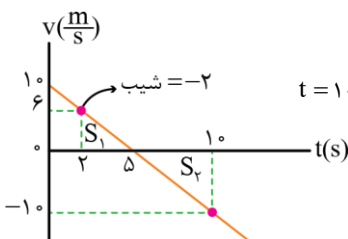
$$\Delta x = \frac{v_0 + v_{12}}{2} \Delta t \rightarrow -24 = \frac{-5a + 7a}{2} \times 12 \rightarrow 2a = -4 \rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان برابر است با:

$$v = at + v_0 \rightarrow v = -2t + 10$$

گام دوم:

در ادامه نمودار سرعت - زمان حرکت مطابق شکل زیر است:



$$l = S_1 + S_2 = \frac{3 \times 6}{2} + \frac{5 \times 10}{2} = 34 \text{ m} \quad \text{مسافت طی شده در بازه زمانی } t = 10s \text{ تا } t = 2s$$

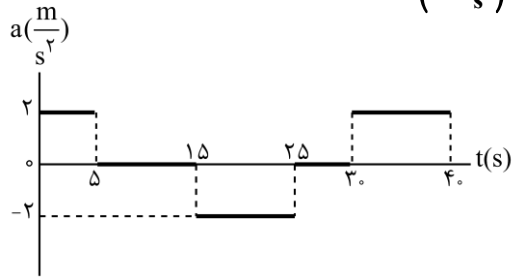
بنابراین تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{34}{8} = \frac{17}{4} \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز



۳۱- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر  $\vec{v}_0 = \left(-\frac{m}{s}\right) \vec{i}$  باشد، کدام مورد در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 40s$  درست است؟

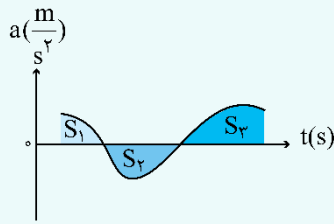


- (۱) ۱۵ ثانیه شتاب و سرعت هم جهت اند.
- (۲) بزرگی جابه جایی متحرک برابر ۱۵۰ متر است.
- (۳) ۱۵ ثانیه متحرک در جهت محور x حرکت کرده است.
- (۴) مسافت طی شده توسط متحرک ۲۶۲/۵ متر است.

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

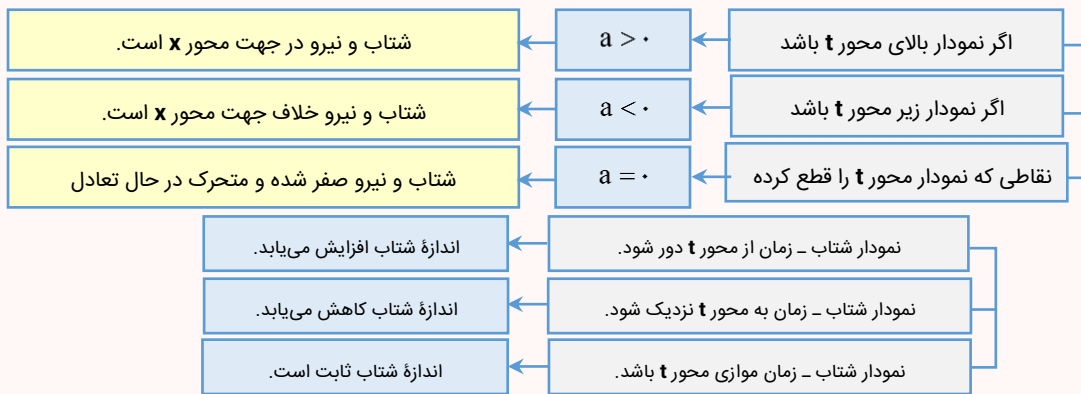


در نمودار شتاب - زمان، سطح زیر نمودار بیانگر تغییرات سرعت متحرک است. مشابه با نمودار سرعت - زمان علامت تغییرات سرعت بالای محور زمان، مثبت و پایین محور زمان، منفی است. پس از تعیین تغییرات سرعت می توان شتاب متوسط را محاسبه کرد.

$$\Delta v = S_1 - S_2 + S_3$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

تحلیل کامل نمودار شتاب - زمان



گام اول:

ابتدا با توجه به این که شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است، نمودار سرعت - زمان را از روی نمودار شتاب - زمان رسم می کنیم:

گام دوم:

با توجه به نمودار سرعت - زمان، هریک از گزینه ها را بررسی می کنیم:

۱ در بازه های  $0 < t < 5$ ،  $5 < t < 17$  و  $37 < t < 40$ ، در مجموع به مدت  $12/5$ ، شتاب و سرعت هم علامت هستند. (\*)

۲ جابه جایی در کل حرکت برابر است با:

$$S_1 = 6/25 m, S_2 = 62/5 m, S_3 = 187/5 m, S_4 = 6/25 m$$

$$\Delta x = -S_1 + S_2 - S_3 + S_4 = -6/25 + 62/5 - 187/5 + 6/25 = -125 m \rightarrow |\Delta x| = 125 m (*)$$

۳ در بازه های زمانی  $5 < t < 17$  و  $37 < t < 40$ ، در مجموع به مدت  $17/5$ ، سرعت، مثبت است و متحرک در جهت محور x حرکت کرده است. (\*)

۴ مسافت طی شده برابر است با:

$$l = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 6/25 + 62/5 + 187/5 + 6/25 = 262/5 m$$

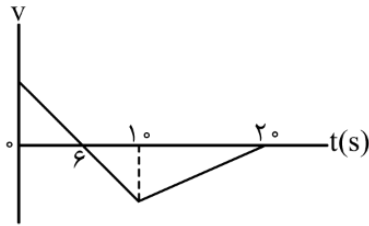
بنابراین گزینه (۴) صحیح است.



۳۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر کل مسافت طی شده توسط متحرک  $138\text{ m}$  باشد، بزرگی

شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1 = 2\text{ s}$  تا  $t_2 = 12\text{ s}$  چند متر بر مربع ثانیه است؟

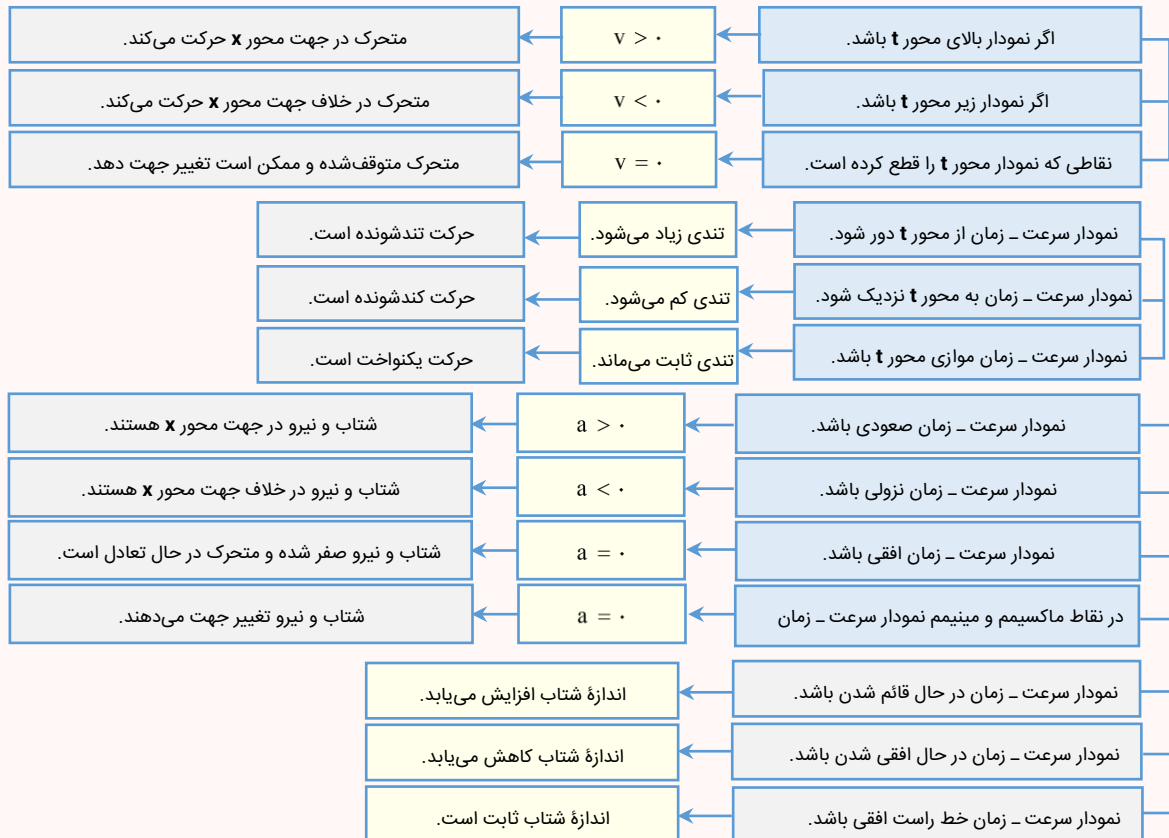
- ۱)  $2/16$
- ۲)  $4/28$
- ۳)  $2/4$
- ۴)  $4/6$



(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

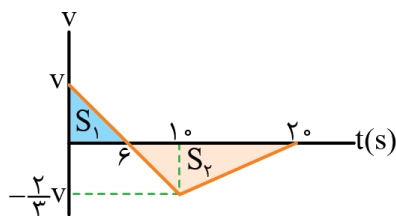
### تحلیل کامل نمودار سرعت - زمان



### گام اول:

با توجه به این که شیب نمودار در  $10$  ثانیه اول، ثابت است و با استفاده از تشابه مثلثها می توان نتیجه گرفت که اگر سرعت در لحظه  $t = 0$  برابر  $v$  باشد،

سرعت در لحظه  $t = 10\text{ s}$  برابر  $-\frac{2}{3}v$  می باشد، بنابراین مسافت طی شده در کل حرکت برابر است با:

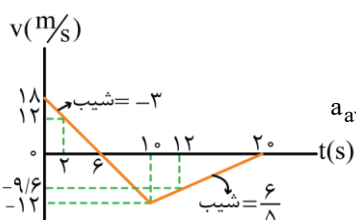


$$l = S_1 + S_2 = \frac{6v}{2} + \frac{14 \times \frac{2}{3}v}{2} = \frac{23}{3}v$$

$$\frac{l = 138\text{ m}}{\rightarrow 138 = \frac{23}{3}v \Rightarrow v = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

### گام دوم:

بنابراین شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی  $t = 2\text{ s}$  تا  $t = 12\text{ s}$  برابر است با:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-9/6 - 12}{12 - 2} = \frac{-21/6}{10} = -2/16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow |a_{av}| = 2/16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



۳۳- دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های  $a_1$  و  $a_2 = \frac{16}{25}a_1$  همزمان از یک نقطه، روی خط راست به سوی مقصدی معین به حرکت درمی‌آیند و با فاصله

زمانی ۵ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر می‌رسد، چند ثانیه است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

(ساده - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۳)

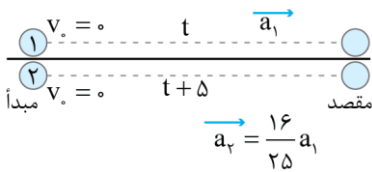
پاسخ: گزینه ۳



معادله جابجایی - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

شتاب متحرک (۱) بیشتر از شتاب متحرک (۲) است؛ بنابراین، متحرک (۱) زودتر به مقصد می‌رسد.



$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1t^2 + \frac{1}{2}v_0t = \frac{1}{2}a_2(t+5)^2 + \frac{1}{2}v_0(t+5)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a_1t^2 = \frac{16}{25}a_1 \times (t+5)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} t = \frac{4}{5}(t+5) \Rightarrow t = 20\text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- متحرکی روی محور X و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان  $x_1 = +10\text{ m}$  سرعت متحرک  $\frac{4}{5}\text{ m/s}$  + و در مکان  $x_2 = +19\text{ m}$  سرعت متحرک

$18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  + است. اگر مکان اولیه  $x_0 = -6\text{ m}$  سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (در طول مسیر جهت حرکت متحرک ثابت است.)

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

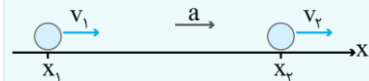
(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

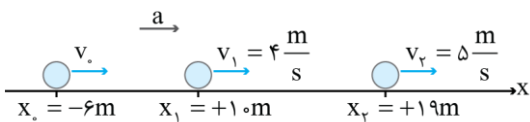


رابطه جابجایی - سرعت (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت به صورت زیر است:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x = 2a(x_f - x_i)$$



با توجه به اطلاعات داده شده، مسیر حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



$$\left(18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \times \frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

رابطه مستقل از زمان را بین مکان‌های  $x_0$  و  $x_1$  و نیز بین مکان‌های  $x_1$  و  $x_2$  می‌نویسیم:

$$\begin{cases} v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \\ v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16 - v_0^2 = 2a \times 16 \\ 25 - 16 = 2a \times 9 \end{cases}$$

از تقسیم دو معادله بر هم داریم:

$$\frac{16 - v_0^2}{16} = \frac{16}{18} \Rightarrow v_0^2 = 0 \Rightarrow v_0 = 0$$

گروه آموزشی ماز

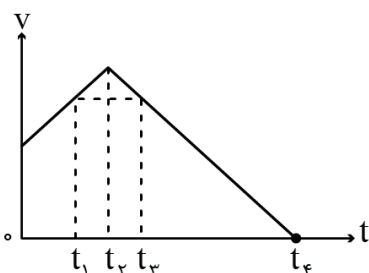
۳۵- متحرکی روی محور X حرکت می‌کند. در کدام بازه زمانی زیر، شتاب متوسط خلاف جهت محور X است؟

۱)  $t_3$  تا  $t_1$

۲)  $t_4$  تا  $t_1$

۳) صفر تا  $t_1$

۴)  $t_2$  تا  $t_1$



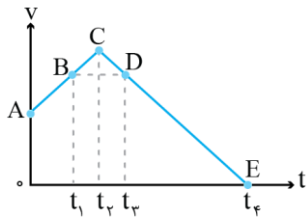


پاسخ: گزینه ۲

(ساده - مفهومی / نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۳)

نکته

شتاب متوسط یک متحرک بین دو لحظه، برابر شیب خطی است که نمودار سرعت - زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.



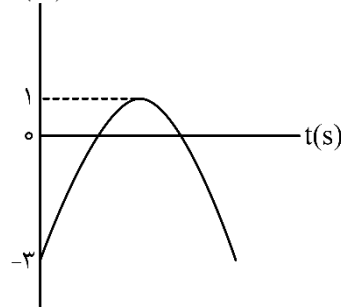
نمودار سرعت - زمان را نام‌گذاری می‌کنیم. طبق نکته فوق، شتاب متوسط در هر یک از بازه‌های داده شده برابر است با:

$$\begin{cases} \text{شیب } AB = a_{av} : \text{ تا } t_1 > 0 \\ \text{شیب } BC = a_{av} : t_1 \text{ تا } t_2 > 0 \\ \text{شیب } BD = a_{av} : \text{ تا } t_3 = 0 \\ \text{شیب } BE = a_{av} : t_3 \text{ تا } t_4 < 0 \end{cases}$$

بنابراین در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$ ، شتاب متوسط، منفی است و بردار شتاب در خلاف جهت محور  $x$  است.

گروه آموزشی ماز

۳۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر بزرگی شتاب  $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$  باشد، تندی متوسط متحرک در بازه زمانی که اولین بار جهت بردار مکان عوض می‌شود تا لحظه  $t = 4s$  چند متر بر ثانیه است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- $\frac{2}{3}$  (۳)
- $\frac{5}{3}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۴

(دشوار - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۳)

نکته

(۱) تندی متوسط یک متحرک در یک بازه زمانی برابر است با مسافت طی شده در واحد زمان در آن بازه زمانی

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

(۲) هنگامی که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، جهت بردار مکان عوض می‌شود.

(۳) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در یک لحظه برابر با سرعت لحظه‌ای در آن لحظه است.

(۴) در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \rightarrow \begin{matrix} a > 0 \\ a < 0 \end{matrix}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x = 2a(x - x_0)$$

گام اول:

محاسبه  $v_0$

با توجه به نمودار، در  $x = 1m$ ، خط مماس بر نمودار، افقی است. بنابراین، در این مکان  $v = 0$  است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-2)(1 - (-3)) \Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

توجه

طبق جهت تقعر نمودار،  $a < 0$  است.



**گام دوم:**

محاسبه لحظاتی که بردار مکان، تغییر جهت می دهد.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 4t - 3 = -(t^2 - 4t + 3)$$

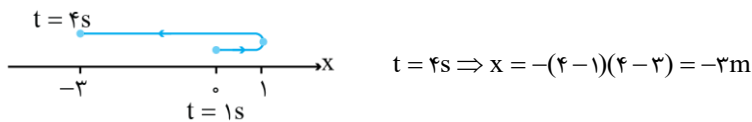
$$\Rightarrow x = -(t-1)(t-3)$$

در  $x = 0$ ، جهت بردار مکان عوض می شود. بنابراین:

$$(t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t-1=0 \Rightarrow t=1s \\ t-3=0 \Rightarrow t=3s \end{cases} \Rightarrow \text{در لحظه } t=1s \text{ برای اولین بار جهت بردار مکان عوض می شود.}$$

**گام سوم:**

رسم مسیر حرکت متحرک از ۱s تا ۴s



**گام آخر:**

محاسبه  $s_{av}$  از ۱s تا ۴s

$$s_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1m + 4m}{3s} = \frac{5}{3} \left(\frac{m}{s}\right)$$

◆ گروه آموزشی ماز ◆



دوره جمع بندی دوپینگ

سه شنبه

۱۴۰۴/۰۱/۱۲

note...  
برای اینکه بتوانیم تست های پیشتری از این...  
میعد داشته باشیم سولات سه شنبه را هم  
برایت گذاشتیم!

دفترچه پاسخ

بانک سؤالات کنکور:  
فصل ۱ دوازدهم

# دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی  
فیزیک

درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پیشنهادی
فیزیک	۴۳	۱	۴۳	۵۶ دقیقه

۱ و ۲ دهم	۵ و ۴، ۳ دهم	۱ یازدهم	۲ یازدهم	۳ و ۴ یازدهم	۱ دوازدهم	۲ دوازدهم	۳ و ۴ دوازدهم	۵ و ۶ دوازدهم
هفته اول	هفته دوم	هفته سوم	هفته چهارم	هفته پنجم	هفته ششم	هفته ششم	هفته ششم	هفته ششم

۵۵ روز جمع بندی تا کنکور اردیبهشت

دفترچه مکمل دوپینگ: این دفترچه روز بعد از آزمون دوپینگ هر درس در اختیار شما قرار می گیرد و شامل بانک سؤالات کنکورهای سراسری ۹۸ تا ۱۴۰۳ در همان مبحث است تا ضمن مرور مجدد، سیر تست های کنکور در هر مبحث را به دقت مورد بررسی قرار دهید.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



سوالات کنکور: فصل ۱ دوازدهم

۱- متحرکی بدون سرعت اولیه در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور  $x$  با شتاب ثابت به حرکت درآمده و در لحظه  $t = 5s$  به مکان  $x = -122/5m$  می‌رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

- ۱)  $19/6$       ۲)  $32/4$       ۳)  $45/0$       ۴)  $49/0$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۴

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

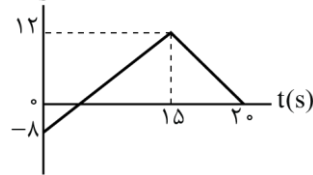
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \text{ (معادله مستقل از شتاب)}$$

حرکت با شتاب ثابت است، پس:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_5 + v_0}{2} \Rightarrow \frac{-122/5}{5} = \frac{v_5 + 0}{2} \Rightarrow v_5 = -49 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_5| = 49 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازه زمانی  $0s$  تا  $20s$ ، چند متر است؟

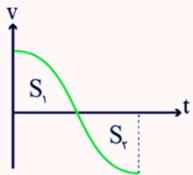


- ۱)  $160$   
۲)  $176$   
۳)  $180$   
۴)  $192$

(آسان - محاسباتی / نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۴

سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی است.

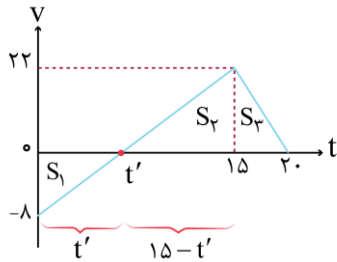


$$\begin{cases} d = S_1 - S_2 & \text{جابجایی} \\ L = S_1 + S_2 & \text{مسافت} \end{cases}$$

گام اول:

محاسبه زمان  $t'$

با توجه به تشابه دو مثلث ۱ و ۲ داریم:



$$\frac{t'}{15-t'} = \frac{8}{22} \Rightarrow t' = 4s$$

گام دوم:

محاسبه مسافت طی شده

مسافت طی شده برابر با مجموع مساحت‌های زیر نمودار سرعت - زمان است.

$$L = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{8 \times 4}{2} + \frac{11 \times 22}{2} + \frac{5 \times 22}{2} = 192m$$

گروه آموزشی ماز

۳- سؤال مناسب برای رشته ریاضی: بن گلوله با سرعت  $v$  از ارتفاع ۹ متری زمین عبور می‌کند و با سرعت  $v = \frac{3}{4}$  به زمین می‌رسد.  $h$  چند متر است؟ (از

مقاومت هوا صرف نظر شود و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

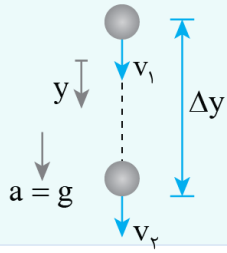
- ۱)  $16/2$       ۲)  $18$       ۳)  $32/4$       ۴)  $36$



(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۸)

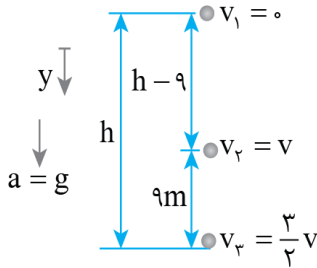
پاسخ: گزینه ۱

در سقوط آزاد با انتخاب جهت مثبت محور  $y$  به سمت پایین داریم:



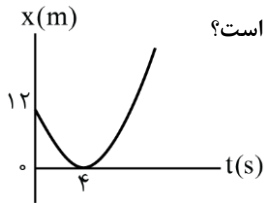
$$v_2^2 - v_1^2 = 2g \cdot \Delta y \quad (\text{سرعت (مستقل از زمان)})$$

جهت مثبت محور  $y$  را به سمت پایین در نظر می‌گیریم. با استفاده از معادله مستقل از زمان داریم:



$$\begin{cases} v^2 - 0^2 = 2g(h-9) \\ \left(\frac{3}{2}v\right)^2 - 0^2 = 2gh \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{4}v^2 = 2gh \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{2gh}{v^2} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{2g(h-9)}{v^2} \Rightarrow h = 16/2 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز



۴- مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظه  $t = 8s$  چند متر بر ثانیه است؟

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۱۲ (۴)

(متوسط - محاسباتی / نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۳

۱- روابط مربوط به حرکت با شتاب ثابت:

$$\text{معادله مستقل از شتاب} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\text{محاسبه شتاب} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{معادله سرعت - زمان} \rightarrow v = at + v_0$$

۲- شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در یک لحظه برابر با سرعت لحظه‌ای در آن لحظه است.

روش اول:

گام اول:

محاسبه  $v_0$

خط مماس بر نمودار در لحظه  $t = 4s$  افقی است. بنابراین، سرعت در این لحظه برابر صفر است. با نوشتن معادله مستقل از شتاب داریم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_4 + v_0}{2} \Rightarrow \frac{-12}{4} = \frac{0 + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = -6 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

محاسبه شتاب

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_0}{4 - 0} = \frac{0 - (-6)}{4} = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم:

معادله سرعت - زمان

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 1.5t - 6 \xrightarrow{t=8s} v_8 = (1.5)8 - 6 = 12 - 6 = 6 \frac{m}{s}$$



روش دوم:

می دانیم  $t = 8s$  و  $t = 0$  نسبت به رأس سهمی متقارن هستند. بنابراین اندازه سرعت در این لحظات یکسان است. در نتیجه، پس از محاسبه  $v_0$  داریم:

$$|v_8| = |v_0| = 6 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت  $x = 2t^2 + 4t - 8$  است. در فاصله زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 2s$ ، مسافتی که متحرک طی می کند، چند برابر اندازه جابه جایی آن است؟

۲ (۴)

۱/۶ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۱



۱- معادله حرکت با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به صورت روبروست:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

۲- معادله سرعت - زمان برابر است با:

$$v = at + v_0$$

۳- در حرکت بر مسیر مستقیم، اگر علامت سرعت متحرک در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  تغییر نکند، جابجایی با مسافت طی شده برابر خواهد بود.

به کمک معادله  $x - t$  داده شده،  $a$  و  $v_0$  را به دست می آوریم:

$$x = 2t^2 + 4t - 8 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 2 \rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال معادله  $v - t$  متحرک را نوشته و ریشه آن را به دست می آوریم:

$$v = 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = -1s \quad \text{غ ق ق}$$

پس متحرک در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 2$  تغییر جهت نداده و اندازه جابجایی و مسافت طی شده برای آن با هم برابر است:

$$\frac{L}{d} = 1$$

گروه آموزشی ماز

۶- گلوله A از ارتفاع ۷۰ متری زمین رها می شود. یک و نیم ثانیه بعد گلوله B از همان نقطه رها می شود. دو ثانیه پس از رها شدن گلوله B، فاصله دو گلوله از هم چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

۴۱/۲۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۱/۲۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۴



معادله مکان - زمان در سقوط آزاد به شکل زیر است:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow |\Delta y| = \frac{1}{2}gt^2$$

مدت زمانی که گلوله A حرکت کرده برابر است با  $3/5$  ثانیه:

$$|\Delta y_A| = \frac{1}{2} \times 10 \times (3/5)^2 = 61/25 m$$

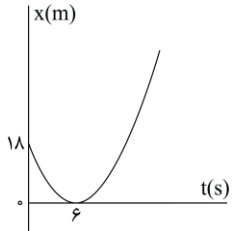
ولی گلوله B، ۲ ثانیه حرکت کرده است:

$$|\Delta y_B| = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 20 m$$

در نتیجه فاصله دو گلوله از هم برابر است با:

$$|\Delta y_A| - |\Delta y_B| = 61/25 - 20 = 41/25 m$$

گروه آموزشی ماز



۷- مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت یک سهمی است. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۳  
(۲) ۱  
(۳) -۱  
(۴) -۳

(متوسط - نموداری / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۲



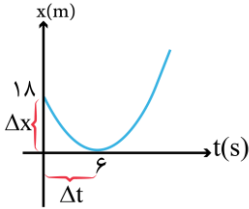
- ۱- در نمودار  $x - t$ ، شیب خط مماس بر نمودار در یک لحظه با سرعت لحظه‌ای در آن لحظه برابر است.  
۲- در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

- ۳- در حرکت با شتاب ثابت، نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است.  
۴- در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متوسط با شتاب لحظه‌ای برابر است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

شیب خط مماس در لحظه  $t = 6$  صفر است؛ بنابراین، سرعت در این لحظه صفر است:



$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_0 + v_6}{2} \Rightarrow \frac{-18}{6} = \frac{v_0 + 0}{2} \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

حال که سرعت دو لحظه را داریم، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{v_6 - v_0}{\Delta t} = \frac{0 - (-6)}{6} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$a = a_{av} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$  حرکت با شتاب ثابت است.  $\Rightarrow$  نمودار، سهمی است.

### گروه آموزشی ماز

۸- سؤال مناسب برای رشته ریاضی ها می‌شود. اگر کل کار انجام شده روی گلوله در ثانیه آخر حرکت برابر  $70 \text{ J}$  باشد،  $h$  چند متر است؟ (از مقاومت

هوا صرف نظر شود و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۵ (۱)

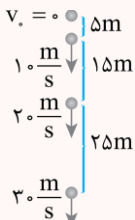
(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۳ و ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۴



### نمودار جابجایی در سقوط آزاد

در سقوط آزاد، جابجایی‌ها در ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک دنباله حسابی با قدر نسبت  $g$  می‌دهند.



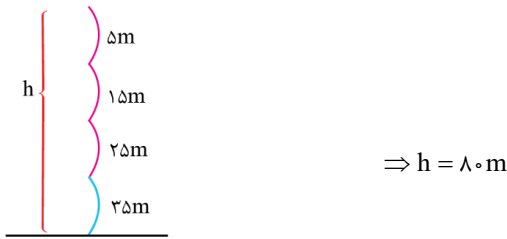
تنها نیروی مؤثر بر گلوله، نیروی وزن آن است. بنابراین، کل کار انجام شده روی گلوله همان کار نیروی وزن گلوله است.  
با توجه به کار انجام شده توسط نیروی وزن در ثانیه آخر، جابجایی آن را حساب کنیم:

$$W_t = W_{mg} = mg \cdot \Delta y \Rightarrow 70 = 10 \times 7 \times \Delta y$$

$$\Rightarrow \Delta y = 1 \text{ m}$$



با توجه به اینکه در سقوط آزاد، جابجایی‌ها در ثانیه‌های متوالی به صورت یک تصاعد حسابی با قدر نسبت  $g$  هستند، نمودار جابجایی گلوله را رسم می‌کنیم و  $h$  را از روی آن به دست می‌آوریم.



گروه آموزشی ماز

۹- متحرکی با شتاب ثابت  $\vec{a} = -4\vec{i}$  روی محور  $x$  حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیه سوم حرکت برابر صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 4s$ ، چند متر است؟

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(دشوار - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۱) (کنکور داخل ۹۹)

پاسخ: گزینه ۳

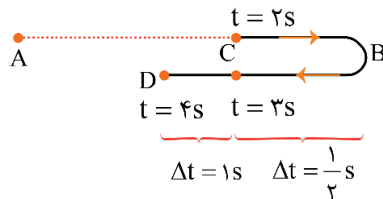


۱- معادله جابجایی - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

۲- در حرکت با شتاب ثابت، چنانچه در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، جابجایی متحرک، صفر باشد، در لحظه  $\frac{t_1+t_2}{2}$  (وسط بازه زمانی)، سرعت متحرک صفر است. (لحظه تغییر جهت حرکت).

گام اول:



در ثانیه سوم حرکت، یعنی از  $t = 2s$  تا  $t = 3s$ ، جابجایی صفر است. بنابراین، در لحظه  $t = 2/5s$ ، سرعت متحرک صفر است.

گام دوم:

چون سرعت در نقطه B صفر است، بهتر است تحلیل را از نقطه B انجام دهیم؛ جابجایی از B تا C برابر است با:

$$\Delta x_{BC} = \frac{1}{2}at^2 + v_0Bt = \frac{1}{2} \times (-4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}m$$

و همچنین از B تا D:

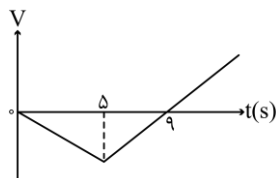
$$\Delta x_{BD} = \frac{1}{2}at'^2 + v_0Bt' = \frac{1}{2} \times (-4) \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{2}m$$

بنابراین، مسافت طی شده برابر است با:

$$L = |\Delta x_{BC}| + |\Delta x_{BD}| = \frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 5m$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه  $t = 0$  در مکان  $x = 0$  باشد، پس از چند ثانیه دوباره از این نقطه عبور می‌کند؟



۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۸ (۳)

۲۰ (۴)

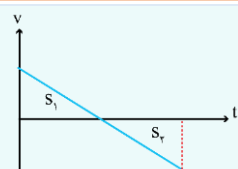
(دشوار - نموداری / محاسباتی - ۱۴۰۱) (کنکور داخل ۹۹)

پاسخ: گزینه ۱



نمودار سرعت-زمان:

در نمودار  $v-t$  مساحت زیر نمودار با جابجایی برابر است:

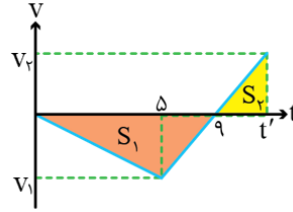


$$\Delta x = S_1 - S_2$$



در نمودار با توجه به تشابه دو مثلث، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{t' - 9}{4} \quad (1)$$



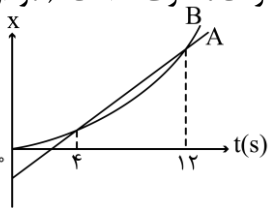
از طرفی، جابجایی باید صفر باشد، بنابراین:

با توجه به دو رابطه (۱) و (۲):

$$\frac{t' - 9}{4} = \frac{9}{t' - 9} \Rightarrow (t' - 9)^2 = 36 \Rightarrow t' = 15 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متحرک B در چه لحظه‌ای برابر بزرگی سرعت متحرک A است؟ (نمودار B قسمتی از یک سهمی است.)



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

(متوسط - نموداری / مفهومی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۹)

پاسخ: گزینه ۲

نمودار مکان-زمان

۱- نمودار X - t برای حرکت با سرعت ثابت به صورت خطی و برای حرکت با شتاب ثابت به صورت سهمی است.  
۲- سرعت متوسط در یک حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۳- در حرکت با شتاب ثابت، سرعت برابر است با:

$$v = at + v_0$$

۴- سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی است.

روش اول:

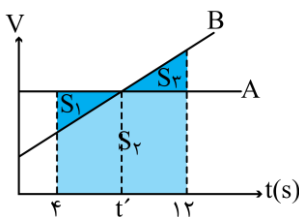
جابجایی و در نتیجه، سرعت متوسط دو متحرک در بازه زمانی t = 4s تا t = 12s با هم برابر است:

$$\left. \begin{aligned} v_A = v_{av_A} &\Rightarrow \text{حرکت با سرعت ثابت} \\ v_{av_A} = v_{av_B} &\Rightarrow v_A = \frac{v_4 + v_{12}}{2} \Rightarrow v_A = \frac{a \times 4 + v_0 + a \times 12 + v_0}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_A = \frac{16a + 2v_0}{2} = 8a + v_0 = v_{B_8}$$

بنابراین، سرعت متحرک B در لحظه t = 8s با سرعت متحرک A برابر است.

روش دوم:

جابجایی دو متحرک در بازه زمانی 4s تا 12s یکسان است. با رسم نمودار سرعت - زمان برای دو متحرک داریم:



$$\Delta x_A = \Delta x_B \xrightarrow{\text{سطح زیر نمودار}} S_1 + \cancel{S_2} = S_3 + \cancel{S_4} \Rightarrow S_1 = S_3 \Rightarrow t' = 8 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز



۱۲- سؤال مناسب برای رشته ریاضی از ارتفاع  $h$  رها می شود و پس از مدتی به زمین می رسد. اگر انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد به زمین  $24/2J$

باشد، سرعت متوسط گلوله در آخرین ثانیه حرکتش چند متر بر ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۱۲ (۴)

۱۵ (۳)

۱۷ (۲)

۲۲ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۳ و ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۹۹)

پاسخ: گزینه ۲

انرژی جنبشی و سقوط آزاد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = gt + v_0$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

۱- انرژی جنبشی حرکت یک جسم:

۲- سقوط آزاد، حرکت با شتاب ثابت  $g$  است:

۳- سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت:

ابتدا سرعت رسیدن گلوله به زمین را محاسبه می کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 24/2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2 \Rightarrow v = 22 \frac{m}{s}$$

سرعت گلوله یک ثانیه مانده به پایان حرکت برابر است با:

$$v = gt + v' \Rightarrow 22 = 10 \times 1 + v' \Rightarrow v' = 12 \frac{m}{s}$$

در نتیجه سرعت متوسط در ثانیه آخر برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v + v'}{2} = \frac{22 + 12}{2} = 17 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می کند و در مدت  $5s$ ،  $75m$  جابه جا می شود و بزرگی سرعتش به  $20 \frac{m}{s}$  می رسد. در  $5$  ثانیه بعدی

سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه می شود؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۲

$$v = at + v_0 \rightarrow \text{سرعت - زمان}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \text{شتاب}$$

$$\text{مستقل از شتاب} \rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

روابط مربوط به حرکت با شتاب ثابت:

ابتدا سرعت اولیه متحرک و به دنبال آن، شتاب حرکت را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{v_5 + v_0}{2} \Rightarrow \frac{75}{5} = \frac{v_0 + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v_5 - v_0}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

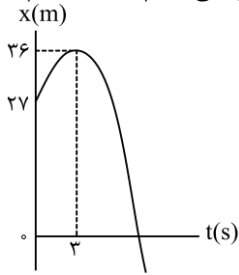
حالا کافی است که سرعت لحظه های  $t = 5s$  و  $t' = 10s$  را داشته باشیم (۵ ثانیه دوم):

$$\left. \begin{aligned} v_5 &= 20 \frac{m}{s} \\ v &= at + v_0 \Rightarrow v_{10} = 2 \times 10 + 10 = 30 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v'_{av} = \frac{v_5 + v_{10}}{2} = \frac{20 + 30}{2} = 25 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز



۱۴- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می کند. مسافتی که متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 10$  s طی می کند، چند متر است؟



- (۱) ۴۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۵۸  
(۴) ۸۵

(دشوار - محاسباتی / نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۳

۱- روابط مربوط به حرکت با شتاب ثابت:

$$v = at + v_0 \rightarrow \text{سرعت - زمان}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \text{شتاب}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow \text{مستقل از شتاب}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \text{مکان}$$

۲- شیب خط مماس بر نمودار  $x - t$  برابر با سرعت لحظه‌ای است. تغییر علامت شیب خط به معنای تغییر جهت حرکت متحرک است.

۳- معادله سهمی با مختصات رأس  $(\alpha, \beta)$  به صورت مقابل است:

$$x = A(t - \alpha)^2 + \beta$$

**روش اول:**

**گام اول:**

با توجه به نمودار، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه  $t = 3$  s، صفر است. بنابراین، در این لحظه، سرعت متحرک، صفر است.

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_3 + v_0}{2} \Rightarrow \frac{36 - 27}{3} = \frac{0 + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

**گام دوم:**

محاسبه شتاب حرکت

$$a = \frac{v_3 - v_0}{\Delta t} = \frac{0 - 6}{3} = -2 \frac{m}{s^2}$$

**گام سوم:**

مکان جسم در لحظه  $t = 10$  s برابر است با:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_{10} = \frac{1}{2} \times (-2) \times 10^2 + 6 \times 10 + 27 = -13 \text{ m}$$

**گام آخر:**

مسافت طی شده در بازه زمانی  $[0 - 10]$  برابر است با:

$$\text{مسافت طی شده} = L_{[0-3s]} + L_{[3s-10s]} = (36 - 27) + (36 - (-13)) = 58 \text{ m}$$

**روش دوم:**

ابتدا معادله سهمی را می نویسیم:

$$x = A(t - 3)^2 + 36$$

$$\begin{cases} t = 0 \\ x = 27 \text{ m} \Rightarrow 27 = A(0 - 3)^2 + 36 \Rightarrow A = -1 \xrightarrow{t=10s} x_{10} = -1(10 - 3)^2 + 36 = -13 \text{ m} \end{cases}$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$L = L_{[0-3s]} + L_{[3s-10s]} = (36 - 27) + (26 - (-13)) = 58 \text{ m}$$



- ۱۵- اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت  $10 \frac{m}{s}$  در لحظه  $t=0$  از مبدأ محور عبور می کند و پس از  $11 s$  حرکتش با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  کند می شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظه  $t=0$  با تندی اولیه  $2 \frac{m}{s}$  از مبدأ محور عبور می کند و حرکتش با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  تند می شود و پس از  $5$  ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. لحظه ای که دو اتومبیل به هم می رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟
- ۵ (۴)                      ۴ (۳)                      ۳ (۲)                      ۲ (۱)

(دشوار - نموداری / محاسباتی - ۱۴۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۳

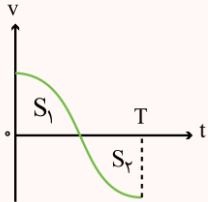


۱- مساحت زیر نمودار  $v-t$  برابر با جابجایی است:

$$d = S_1 - S_2$$

۲- در حرکت با شتاب ثابت، سرعت در لحظه  $t$  برابر است با:

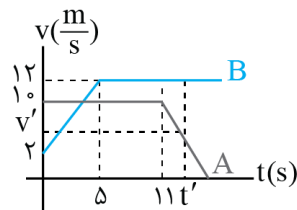
$$v = at + v_0$$



به کمک اطلاعات داده شده، نمودار  $v-t$  را رسم می کنیم و مساحت زیر نمودارهایشان (جابجایی ها) را باهم برابر می گذاریم تا لحظه به هم رسیدن آن ها به دست آید:

$$\begin{cases} v_{\Delta B} = 2 \times 5 + 2 = 12 \frac{m}{s} \\ v' = -2(t' - 11) + 10 = 32 - 2t' \rightarrow \text{سرعت متحرک A در لحظه } t' \\ \Delta x_A = \Delta x_B \\ \Rightarrow 10 \times 11 + \frac{(10 + 32 - 2t') \times (t' - 11)}{2} = \frac{(2 + 12) \times 5}{2} + 12(t' - 5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow t'^2 - 20t' + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t' = 8s \text{ ق غ} \\ t' = 12s \text{ ق ق} \end{cases}$$

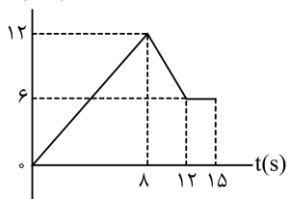


در این لحظه، تندی هر متحرک برابر است با:

$$\begin{cases} v_B = 12 \frac{m}{s} \\ v_A = v' = 32 - 2 \times 12 = 8 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_B - v_A = 4 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

- ۱۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه  $t_1 = 2s$  مکان متحرک در SI به صورت  $\vec{x}_1 = -6\vec{i}$  باشد، مکان متحرک در لحظه  $t_2 = 15s$  در SI، کدام است؟



- (۱)  $93\vec{i}$   
(۲)  $96\vec{i}$   
(۳)  $105\vec{i}$   
(۴)  $118\vec{i}$

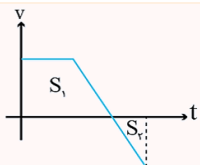
(متوسط - نموداری / محاسباتی - ۱۴۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۱



در نمودار  $v-t$  مساحت زیر نمودار برابر با جابجایی است:

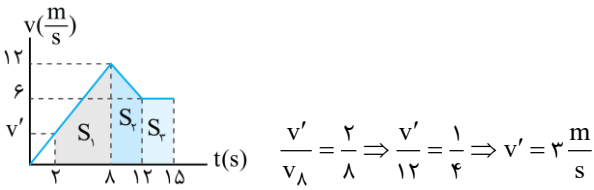
$$d = S_1 - S_2$$





از لحظه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 15s$ ، مساحت زیر نمودار  $v-t$  را محاسبه می‌کنیم:

با توجه به رابطه خطی بین دو لحظه  $2s$  و  $15s$ :



بنابراین:

$$d = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{(3+12) \times 6}{2} + \frac{(6+12) \times 4}{2} + 3 \times 6$$

$$d = 99m \Rightarrow \vec{d} = 99\hat{i}$$

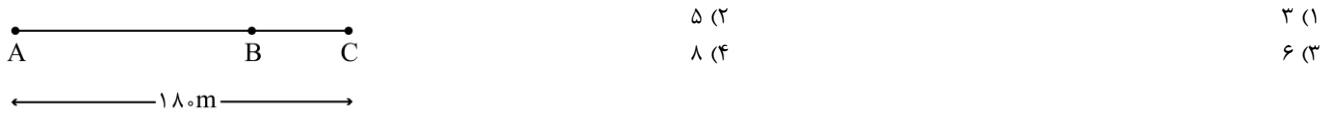
به کمک مکان متحرک در  $t_1 = 2s$  و جابجایی محاسبه شده، مکان جسم در  $t_2 = 15s$  به دست می‌آید:

$$\vec{d} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \Rightarrow 99\hat{i} = \vec{x}_2 - (-6\hat{i})$$

$$\vec{x}_2 = 93\hat{i}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۷- دو متحرک همزمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟



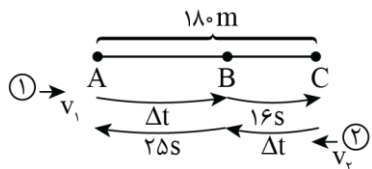
(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۲

در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای برابر است:

$$v = v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow d = v \cdot \Delta t$$

با توجه به مسیر حرکت:



$$\begin{cases} \overline{AB} = v_1 \times \Delta t = v_1 \times 25 \\ \overline{BC} = v_1 \times 16 = v_2 \times \Delta t \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط}} \frac{\Delta t}{16} = \frac{25}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 20s$$

بنابراین، متحرک اول از نقطه A تا C را در ۳۶ ثانیه طی می‌کند:

$$v_1 = \frac{\overline{AC}}{\Delta t + 16} = \frac{180}{20 + 16} = \frac{180}{36} = 5 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۸- سؤال مناسب برای رشته ریاضی لحظه رها شدن تا مدت زمانی که  $H = \frac{1}{9}$  را طی می‌کند، سرعت متوسط آن  $\frac{4}{9} \frac{m}{s}$  است. این گلوله با تندی

(سرعت) چند متر بر ثانیه به زمین می‌رسد؟ (مقاومت هوا ناچیز و  $g = 9/8 \frac{m}{s^2}$  است.)

۳۹/۲ (۴)

۲۹/۴ (۳)

۱۹/۸ (۲)

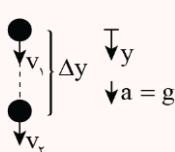
۱۴/۷ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۹۹)

پاسخ: گزینه ۳

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g \Delta y$$



۱- سقوط آزاد یک حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین سرعت متوسط در آن برابر است با:

۲- رابطه جابجایی - سرعت (مستقل از زمان) در سقوط آزاد:

ابتدا سرعت نقطه ۲ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{0 + v_2}{2} \Rightarrow v_2 = 9/8 \frac{m}{s}$$



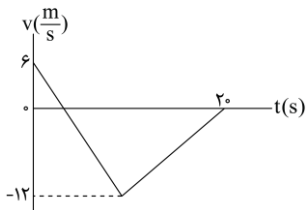
سپس رابطه مستقل از زمان را بین نقاط (۱) و (۲) و (۲) و (۳) می نویسیم:

$$\begin{cases} v_2^2 - v_1^2 = 2g \times \frac{1}{9}H \\ v_3^2 - v_2^2 = 2g \times H \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط}} \frac{v_2^2}{v_3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{9/18^2}{v_3^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow v_3 = 29/4 \text{ m/s}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور X حرکت می کند. تندی متوسط متحرک در مدتی که در خلاف جهت محور حرکت می کند، چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) صفر  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۹

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۰)

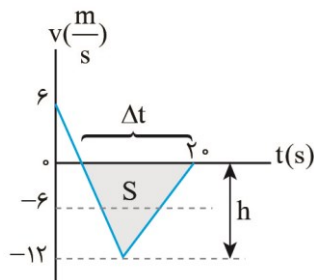
پاسخ: گزینه ۲

تندی متوسط:

تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است که برابر با نسبت مسافت پیموده شده به مدت زمان سپری شده است و SI، متر بر ثانیه است.

$s_{av}$  : تندی متوسط      L : مسافت طی شده       $\Delta t$  : مدت زمان سپری شده

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$



مدتی که متحرک در خلاف جهت محور X در حال حرکت است، یعنی چه؟

یعنی در بازه‌ای که سرعت متحرک منفی است.

با توجه به نمودار روبه‌رو زمانی که نمودار سرعت - زمان، در زیر محور قرار دارد، سرعت متحرک منفی است.

با توجه به اینکه متحرک تغییر جهت نداده است، اندازه سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است.

برای حل این چنین سوالات، اگر نمودار سرعت - زمان داده شود، و نمودار به صورت یک خط راست یا شبیه یک مثلث

شود، برای پیدا کردن سرعت متوسط در یک بازه زمانی، کافی است ارتفاع مثلث را نصف کنیم.

در این نمودار، قسمتی از نمودار که در زیر محور قرار دارد، یک مثلث است که کافی است نصف ارتفاع این مثلث را سرعت

متوسط در نظر بگیریم؛ یعنی ۶-، بنابراین تندی متوسط در این بازه زمانی برابر  $6 \frac{m}{s}$  است.

البته سرعت متوسط را می توانیم به روشی دیگر نیز به دست آوریم. با توجه به اینکه سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی است، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times \Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- متحرکی روی محور X با شتاب ثابت حرکت می کند. اگر سرعت متحرک در لحظه  $t=0$  در جهت محور X باشد و بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول

حرکت برابر  $\vec{v}_{av} = (7/5 \frac{m}{s}) \vec{i}$  و تندی متوسط در این بازه  $8/5 \frac{m}{s}$  باشد، مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول حرکت چند متر است؟

- (۱) ۵      (۲) ۱۵      (۳) ۲۵      (۴) ۳۵

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

در حرکت با شتاب ثابت:

۱- جابجایی برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$



۲- در بازه  $[t_1, t_2]$ ، سرعت متوسط برابر سرعت در لحظه  $\frac{t_1 + t_2}{2}$  است.

$$[t_1, t_2] \rightarrow v_{\frac{t_1+t_2}{2}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



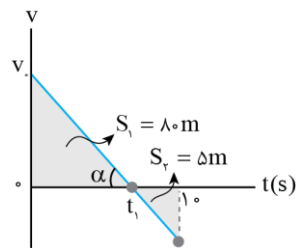
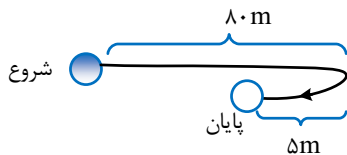
۳- در نمودار  $x-t$ ، شیب خط مماس بر نمودار در یک لحظه با سرعت متحرک در آن لحظه برابر است:

گام اول: محاسبه جابه‌جایی و مسافت در ۱۰ ثانیه اول:

$$\Delta x = v_{av} \Delta t = 7 / 5 \times 10 = 7 \Delta m$$

$$L = s_{av} \Delta t = 8 / 5 \times 10 = 8 \Delta m$$

بنابراین متحرک ابتدا ۸۰ متر در جهت محور  $x$  حرکت کرده و سپس ۵ متر در خلاف آن حرکت می‌کند.



گام دوم: رسم نمودار سرعت - زمان:

حرکت متحرک با شتاب ثابت است بنابراین نمودار سرعت-زمان آن به شکل مقابل خواهد بود.

گام سوم: محاسبه لحظه تغییر جهت  $t_1$ :

مساحت  $S_1$ ، ۱۶ برابر  $S_2$  است بنابراین نسبت تشابه آن‌ها ۴ است و داریم:

$$\frac{t_1}{10 - t_1} = 4 \Rightarrow t_1 = 40 - 4t_1 \Rightarrow t_1 = 8s$$

گام چهارم: محاسبه شتاب و سرعت اولیه:

$$S_1 = 80 \Rightarrow \frac{1}{2} \times v_0 \times t_1 = 80 \Rightarrow \frac{1}{2} \times v_0 \times 8 = 80$$

$$\Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

$$a = -\tan \alpha = -\frac{v_0}{t_1} = -\frac{20}{8} = -2.5 \frac{m}{s^2}$$

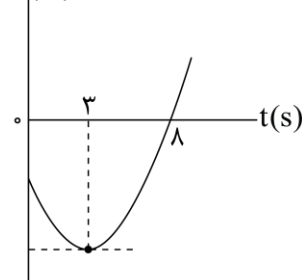
گام پنجم: محاسبه جابه‌جایی در ۲ ثانیه اول:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times (-2.5) \times 2^2 + 20 \times 2 = 35m$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 8s$  چند برابر

مسافت طی شده در این بازه زمانی است؟



(۱)  $\frac{5}{17}$

(۲)  $\frac{5}{14}$

(۳)  $\frac{8}{17}$

(۴)  $\frac{9}{14}$



(دشوار - نموداری / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۰)

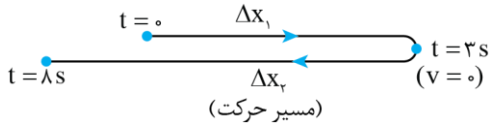
پاسخ: گزینه ۳

نکته:

۱- معادله حرکت با شتاب ثابت به شکل روبروست:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

۲- تکنیک حرکت معکوس: گاهی برای ساده تر شدن معادلات حرکت می توانیم حرکت را از نقطه ای که سرعت متحرک صفر شده است در جهت معکوس در نظر بگیریم تا  $v_0 = 0$  شود.



این حرکت را می توان به قسمت رفت (۳ ثانیه) و برگشت (۵ ثانیه) تقسیم کرد.

برای سادگی، مبدأ زمان را لحظه  $t = 3s$  در نظر می گیریم تا  $v_0 = 0$  شود:



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times a \times 3^2 = 14/5a$$



$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at'^2 + v_0t' = \frac{1}{2} \times a \times 5^2 = 12/5a$$

در این صورت جابجایی در کل مسیر برابر خواهد بود با:

$$\Delta x = 12/5a - 4/5a = 8a$$

و مسافت برابر خواهد بود با:

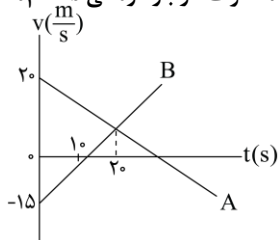
$$L = 12/5a + 4/5a = 17a$$

در نتیجه نسبت جابجایی بر مسافت برابر است با:

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{8a}{17a} = \frac{8}{17}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافتی که دو متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 10s$  طی می کنند، چند متر است؟

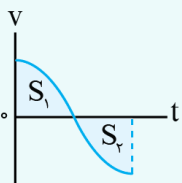


- ۳۵۰ (۱)
- ۲۶۲/۵ (۲)
- ۲۵۰ (۳)
- ۱۲۵/۵ (۴)

(متوسط - نموداری / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

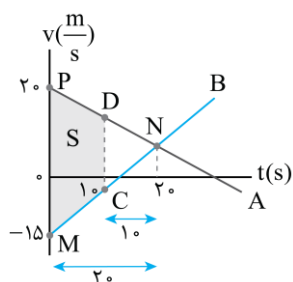
سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی است.



$$\begin{cases} d = S_1 - S_2 \rightarrow \text{جابجایی} \\ L = S_1 + S_2 \rightarrow \text{مسافت طی شده} \end{cases}$$

مجموع مسافت طی شده توسط دو متحرک در ۱۰ ثانیه اول برابر مساحت مشخص شده در شکل (S) است.

مثلث های PMN و DNC متشابه اند. بنابراین:

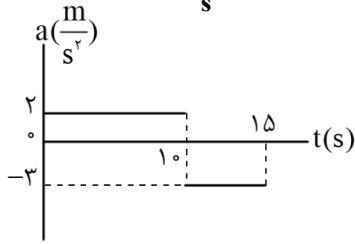


$$\begin{aligned} \frac{10}{20} &= \frac{DC}{PM} = \frac{DC}{20+15} \Rightarrow DC = 17/5 \left(\frac{m}{s}\right) \\ \Rightarrow S &= \frac{(PM + DC) \times (20 - 10)}{2} = \frac{(35 + 17/5) \times 10}{2} \\ \Rightarrow S &= 262/5 m \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز



۲۳- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه  $t = 3s$  سرعت متحرک،  $\vec{v} = (1 \frac{m}{s}) \vec{i}$  باشد، سرعت



متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 7s$  تا  $t_2 = 12s$  چند متر بر ثانیه است؟

- ۱) ۶  
۲) ۹  
۳) ۱۲  
۴) ۱۵

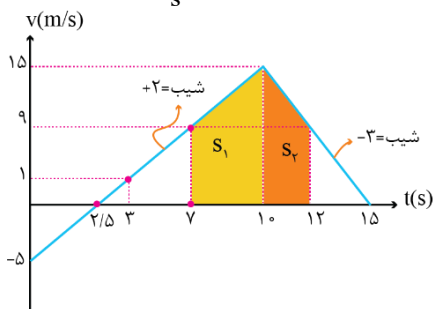
(دشوار - نموداری / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۳



سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی است.

با کمک نمودار شتاب - زمان داده شده، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم. دقت کنید که در لحظه  $t = 3s$ ، سرعت برابر  $v = +1 \frac{m}{s}$  می باشد.



طبق مفهوم شتاب داریم:

$$\begin{cases} v_7 = v_3 - 2 \times 4 = 1 - 8 = -7 \frac{m}{s} \\ v_{15} = v_7 + 2 \times 8 = -7 + 16 = 9 \frac{m}{s} \end{cases}$$

در لحظه  $t = 10s$ ، سرعت به  $15 \frac{m}{s}$  می رسد. بنابراین، با شتاب  $-2 \frac{m}{s^2}$  بعد از ۵ ثانیه، یعنی در لحظه  $t = 15s$ ، سرعت متحرک به صفر می رسد.

در ادامه جابه جایی متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 7s$  تا  $t_2 = 12s$  را با استفاده از مساحت زیر نمودار محاسبه می کنیم.

$$v_7 = v_3 + 2 \times 4 = 1 + 8 = 9 \frac{m}{s}$$

$$v_{12} = v_{10} - 2 \times 2 = 15 - 4 = 11 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{15+9}{2} \times 3 + \frac{9+15}{2} \times 2$$

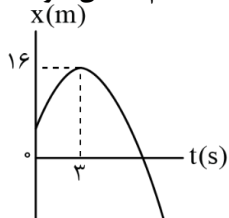
$$\rightarrow \Delta x = 36 + 24 = 60 \text{ m}$$

در نهایت سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60}{12-7} = \frac{60}{5} = 12 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 6s$  تندی متوسط



متحرک برابر  $3 \frac{m}{s}$  باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

- ۱) ۹  
۲) ۸  
۳) ۷  
۴) ۳

(دشوار - نموداری / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۳



۱- بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان به مکان متحرک وصل شود. بنابراین:

$$\begin{cases} x > 0 & \text{بردار مکان در جهت محور } x \\ x < 0 & \text{بردار مکان خلاف جهت محور } x \end{cases}$$



۲- معادله جابجایی - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

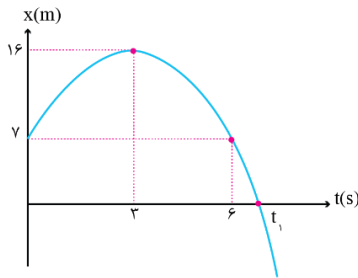
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

**گام اول:**

محاسبه مسافت طی شده در ۶ ثانیه اول:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \rightarrow 3 = \frac{L}{6} \rightarrow L = 18 \text{ m}$$

بنابراین متحرک در ۳ ثانیه اول ۹ متر در جهت محور X حرکت می کند و سپس در ۳ ثانیه دوم، ۹ متر در خلاف جهت محور X حرکت می کند. پس مکان اولیه متحرک برابر  $x_0 = 16 - 9 = 7 \text{ m}$  است و نمودار مکان - زمان به شکل زیر خواهد بود.



**گام دوم:**

با انتخاب لحظه  $t = 3 \text{ s}$  به عنوان مبدأ زمان ( $t' = 0$ )،  $v_0 = 0$  می شود. در نتیجه:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at'^2 + v_0 t' \Rightarrow 7 - 16 = \frac{1}{2} \times a \times (6 - 3)^2 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از  $x = 16 \text{ m}$  تا  $x = 0$  داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at'^2 + v_0 t' \Rightarrow 0 - 16 = \frac{1}{2}(-2)t'^2 \Rightarrow t' = 4 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t_1 = 3 + t' = 3 + 4 = 7 \text{ s}$$

در بازه زمانی ۰ تا  $t_1$ ، متحرک در مکان های مثبت قرار دارد و بردار مکان متحرک در جهت محور X است.

گروه آموزشی ماز

۲۵- اتومبیلی با تندی ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده با شتاب ثابت ترمز می کند و پس از طی مسافت ۱۵۰ متر، تندی اتومبیل نصف می شود. اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف کامل چند متر را طی می کند؟

۳۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۷۵ (۱)

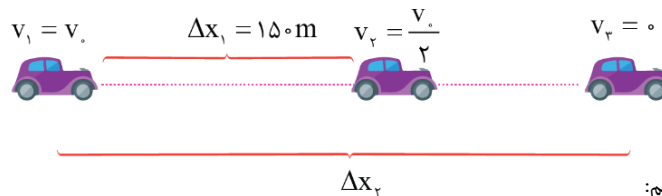
(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

معادله مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت:

شکل زیر مسیر حرکت اتومبیل را نشان می دهد.



با دو بار نوشتن معادله مستقل از زمان داریم:  
رابطه (۱):

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - v_0^2 = 2a \times 150$$

رابطه (۲):

$$v_3^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2a \times \Delta x_2$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم رابطه (۱) بر (۲)}} \frac{-\frac{3}{4}v_0^2}{-v_0^2} = \frac{150}{\Delta x_2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{150}{\Delta x_2} \Rightarrow \Delta x_2 = 200 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز



۲۶- متحرکی با شتاب ثابت  $\vec{a} = (4 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$  در جهت محور  $x$ ، در حرکت است. اگر مسافتی که این متحرک در فاصله زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 2s$  طی می کند،

۴ متر بیشتر از مسافتی باشد که در ثانیه سوم طی می کند، سرعت اولیه آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

### حرکت با شتاب ثابت

(۱) در صورتی که جهت حرکت یک متحرک تغییر نکند، مسافت طی شده و جابه جایی متحرک در یک بازه زمانی معین هم اندازه خواهند بود.

(۲) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه جایی در بازه صفر تا  $t$  برابر است با:

$$\Delta x_{0 \rightarrow t} = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

(۳) جابه جایی در ثانیه  $n$  ام حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$\Delta x_{n \text{ ثانیه}} = \frac{2n-1}{2} a + v_0$$

روش اول: جابه جایی در ثانیه  $n$  ام از رابطه  $\Delta x_n = (n-0/a) + v_0$  به دست می آید.

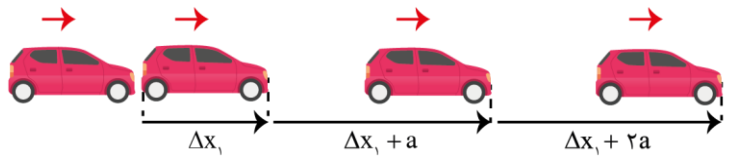
$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0/a + v_0 \\ \Delta x_2 = 1/a + v_0 \\ \Delta x_3 = 2/a + v_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 4 + \Delta x_3 \\ 2a + 2v_0 = 4 + (2/a) + v_0 \\ v_0 = 4 + 0/a = 4 + 0/5 \times 4 = 6 \text{ m/s} \end{cases}$$

روش دوم: در حرکت با شتاب ثابت، جابه جایی در ثانیه های متوالی تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $a$  می دهد. اگر متحرک در ثانیه اول به اندازه  $\Delta x_1$  جابه جا شده باشد، داریم:

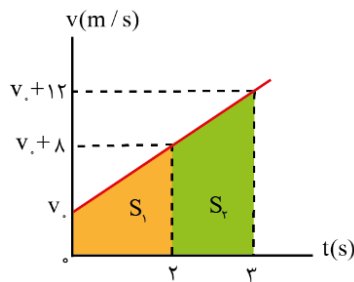
$$\Delta x_1 + (\Delta x_1 + a) = 4 + (\Delta x_1 + 2a)$$

$$\Delta x_1 = 4 + a = 4 + 4 = 8 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 + v_0 \times 1 \rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$



روش سوم: نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم. سرعت متحرک در هر ثانیه به اندازه شتاب تغییر می کند؛ پس نمودار  $v-t$  متحرک به شکل مقابل است. سطح زیر نمودار  $v-t$  بیانگر جابه جایی متحرک است:



$$S_1 = S_2 + 4$$

$$\frac{(v_0 + 8) + v_0}{2} \times 2 = \frac{(v_0 + 12) + (v_0 + 8)}{2} \times 1 + 4$$

$$2v_0 + 8 = v_0 + 10 + 4 \rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۷- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور  $x$  حرکت می کند. اگر جابه جایی در بازه زمانی  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 11s$  برابر ۱۲۶ متر

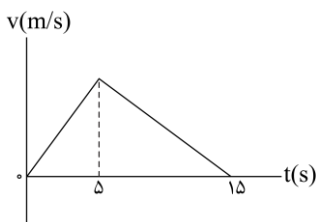
باشد، سرعت متحرک در لحظه  $t = 12s$  چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲



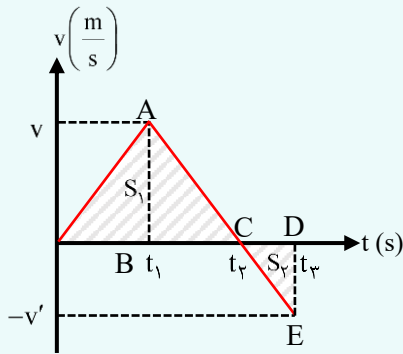


پاسخ: گزینه ۲

نمودار سرعت-زمان

تحلیل نمودار سرعت - زمان

باتوجه به نمودار سرعت - زمان رسم شده داریم:



۱- شیب در نمودار سرعت - زمان بیانگر شتاب است.

۲- در لحظه‌ای که نمودار  $v-t$  ، محور  $t$  را قطع می‌کند و علامت سرعت عوض می‌شود، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۳- مساحت محصور بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$  برابر جابه‌جایی ( $\Delta x$ ) است و از نظر اندازه برابر با مسافت ( $L$ ) است. باتوجه به نمودار رسم شده داریم:

$$\Delta x = S_1 - S_2 \quad (جابه‌جایی) \quad L = |S_1| + |S_2| \quad (مسافت)$$

روشن تشابه در مثلث‌ها

مطابق نمودار  $v-t$  ، فوق می‌توان نشان داد که:

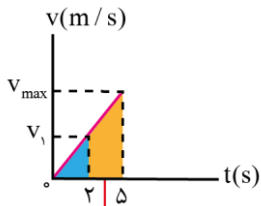
دو مثلث ایجاد شده متشابه هستند. بنابراین داریم:  $\triangle ABC \cong \triangle EDC \rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_2}$

از نتیجه‌گیری فوق می‌توان در حل سؤالات کمک گرفت و روند حل سؤال آسان می‌شود.

۴- بالای محور  $t$ ، علامت سرعت مثبت و پایین محور  $t$  علامت سرعت منفی است.

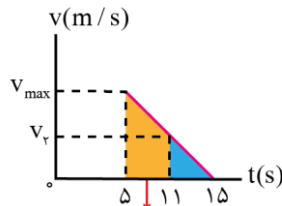
۵- اگر نمودار سرعت - زمان از محور زمان دور شود، حرکت تندشونده است و اگر به محور زمان نزدیک شود، حرکت کندشونده است.

با توجه به شکل‌های زیر، سرعت متحرک در لحظه‌های ۲s و ۱۱s باهم برابر است.



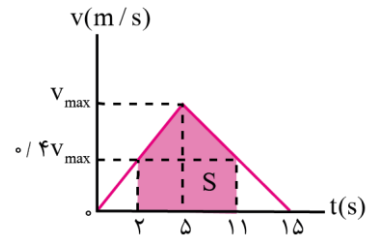
تشابه مثلث‌ها

$$\frac{v_1}{v_{max}} = \frac{2}{5} \rightarrow v_1 = 0.4 v_{max}$$



تشابه مثلث‌ها

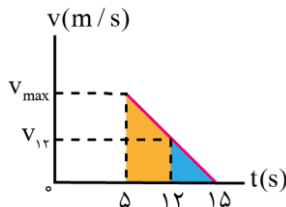
$$\frac{v_2}{v_{max}} = \frac{15-11}{15-5} = \frac{4}{10} \rightarrow v_2 = 0.4 v_{max} = v_1$$



$$\Delta x = S = \left( \frac{v_{max} + 0.4v_{max}}{2} \right) \times (\delta - 2) + \left( \frac{v_{max} + 0.4v_{max}}{2} \right) \times (11 - \delta)$$

$$126 = 2/1 v_{max} + 4/2 v_{max} \rightarrow 126 = 6/3 v_{max} \rightarrow v_{max} = 20 \frac{m}{s}$$

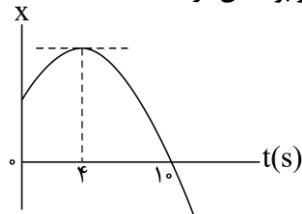
از تشابه مثلث‌های رنگ شده در شکل روبه‌رو، سرعت متحرک را در لحظه ۱۲s حساب می‌کنیم.



$$\frac{v_{12}}{v_{max}} = \frac{15-12}{15-5} \rightarrow \frac{v_{12}}{20} = \frac{3}{10} \rightarrow v_{12} = 6 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی در لحظه  $t=8s$  چند برابر تندی در لحظه  $t=2s$  است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)



(آسان - مفهومی / نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

### نمودار مکان-زمان

نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت به شکل یک سهمی است که در رأس سهمی، تندی حرکت صفر است، بنابراین برای آن که تندی حرکت را در لحظه  $t$  به دست آوریم، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$v = |(t - t_{\text{رأس}}) \times a|$$

### روش اول:

با توجه به مفهوم شتاب، سرعت در هر ثانیه به اندازه  $a$  تغییر می‌کند، بنابراین داریم:

$$t = 2s \text{ در تندی در } v_1 = |(2-4) \times a| = |2a|$$

$$t = 8s \text{ در تندی در } v_2 = |(8-4) \times a| = |4a|$$

$$\rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{|4a|}{|2a|} = 2$$

### روش دوم:

شیب خط مماس بر نمودار در لحظه  $4s$  برابر صفر است، پس سرعت متحرک در این لحظه صفر است و با استفاده از رابطه شتاب متوسط می‌توان نوشت:

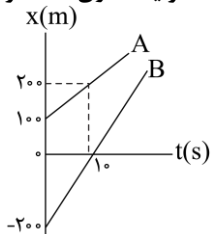
$$v_4 = 0$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{v_4 - v_2}{4 - 2} = \frac{0 - v_2}{2} \\ a = \frac{v_8 - v_4}{8 - 4} = \frac{v_8 - 0}{4} \end{cases} \rightarrow \frac{-v_2}{2} = \frac{v_8}{4}$$

$$\frac{v_8}{v_2} = \frac{-4}{2} \rightarrow \left| \frac{v_8}{v_2} \right| = 2 \quad (\text{تندی یعنی بزرگی سرعت})$$

### گروه آموزشی ماز

۲۹- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصله دو متحرک از هم، کمتر یا مساوی  $20$  متر است؟



- ۱ (۱)  
۶ (۲)  
۴ (۳)  
۲ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### نمودار دو متحرکه

(۱) رابطه مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0$$

(۲) فاصله دو متحرک در مکان‌های  $x_A$  و  $x_B$  برابر  $|x_B - x_A|$  است.

(۳) هنگامی که دو متحرک با سرعت ثابت روی خط راست حرکت می‌کنند، ممکن است دو بار در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  در فاصله مشخصی از یکدیگر (d) قرار بگیرند. بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  مدتی است که فاصله دو متحرک از d کمتر است.

### روش اول:

شیب نمودارها سرعت متحرک‌ها را نشان می‌دهد.

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{200 - 100}{10} = 10 \frac{m}{s} \rightarrow x_A = v_A t + x_{A0} = 10t + 100$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0 - (-200)}{10} = 20 \frac{m}{s} \rightarrow x_B = v_B t + x_{B0} = 20t - 200$$

فاصله دو متحرک برابر اندازه تفاضل مکان آن‌هاست.  $(|x_A - x_B|)$

در ابتدا متحرک B عقب‌تر از A است. فرض کنیم برای اولین بار در لحظه  $t_1$ ، فاصله دو متحرک  $20m$  شود، سپس B از A سبقت بگیرد و در لحظه  $t_2$ ، دوباره فاصله دو متحرک برابر  $20m$  شود.



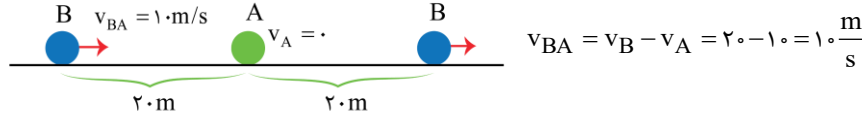
$$x_A - x_B = 20 \rightarrow (10t_1 + 100) - (20t_1 - 200) = 20 \rightarrow t_1 = 28s$$

$$x_B - x_A = 20 \rightarrow (20t_2 - 200) - (10t_2 + 100) = 20 \rightarrow t_2 = 32s$$

در بازه زمانی  $(t_1, t_2)$  فاصله دو متحرک کمتر از ۲۰ متر است  $\Delta t = 32 - 28 = 4s$

### روش دوم:

فرض می کنیم A ساکن است و B با سرعت نسبی دو متحرک حرکت می کند. سرعت B نسبت به A را با  $v_{BA}$  نشان می دهیم.



شکل بالا بازه زمانی را نشان می دهد که فاصله دو متحرک از هم کمتر یا حداکثر مساوی ۲۰ متر است. B در این مدت، مسافت ۴۰m را نسبت به A طی می کند:

$$\Delta x_{BA} = v_{BA} t \rightarrow 40 = 10t \rightarrow t = 4s$$

### گروه آموزشی ماز

۳۰- سؤال مناسب برای رشته ریاضی شتاب ثابت  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  سقوط می کند. اگر تندی متوسط آن در  $\frac{3}{4}$  پایانی مسیر ۱۵  $\frac{m}{s}$  باشد، تندی متوسط آن

در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱۲/۵ (۴)

۱۰ (۳)

۷/۵ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### سقوط آزاد

سقوط آزاد حرکتی با شتاب ثابت است که در آن سرعت متوسط برابر است با:

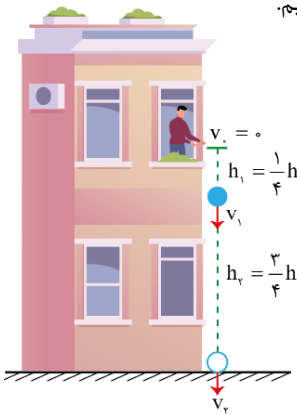
$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

در سقوط آزاد، رابطه بین سرعت و جابجایی انجام شده نسبت به نقطه رها شدن به شکل زیر است:

$$v = \sqrt{2g|\Delta y|} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}}$$

### روش اول:

فرض می کنیم گلوله  $\frac{1}{4}$  اول مسیر را در مدت  $t_1$  و  $\frac{3}{4}$  بقیه را در مدت  $t_2$  طی کند. کل زمان حرکت را هم با  $t$  نشان می دهیم.



$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \rightarrow \frac{h_1}{h} = \left(\frac{t_1}{t}\right)^2$$

$$\frac{\frac{1}{4}h}{h} = \left(\frac{t-t_2}{t}\right)^2 \rightarrow \frac{t-t_2}{t} = \frac{1}{2} \rightarrow t = 2t_2$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{h}{t}, s_{av_2} = \frac{h_2}{t_2}$$

$$\frac{s_{av_2}}{s_{av}} = \frac{h_2}{h} \times \frac{t}{t_2} \rightarrow \frac{15}{s_{av}} = \frac{3}{4} \times 2 \rightarrow s_{av} = 10 \frac{m}{s}$$

### روش دوم:

$$\begin{cases} v_1^2 = 2gh_1 \\ v_2^2 = 2gh \end{cases} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h}{h_1}} = \sqrt{\frac{h}{\frac{1}{4}h}} = 2 \rightarrow v_2 = 2v_1$$

$$s_{av} = \frac{v_2 + v_0}{2} = \frac{2v_1 + 0}{2} = v_1$$



$$v_{av_r} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{2v_1 + v_1}{2} = \frac{3}{2}v_1 = \frac{3}{2}v_{av}$$

$$\rightarrow 15 = \frac{3}{2}v_{av} \rightarrow v_{av} = 10 \frac{m}{s}$$

چون جهت حرکت گلوله تغییر نمی‌کند،  $v_{av} = |v_{av}|$  است.

گروه آموزشی ماز

۳۱- متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت، از حالت سکون به حرکت درمی‌آید و پس از طی مسافت ۱۵ متر، سرعت آن به  $6 \frac{m}{s}$  می‌رسد. این متحرک با همین شتاب، چند ثانیه دیگر به حرکت خود ادامه دهد تا کل مسافت طی شده به ۱۳۵ متر برسد؟

۲۰ (۱)                      ۱۵ (۲)                      ۱۰ (۳)                      ۵ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله مکان - زمان در حرکت راست خط با شتاب ثابت یک متحرک به صورت زیر می‌باشد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه متحرک (m)}$$

$$\left(\frac{m}{s^2}\right) \text{ شتاب متحرک} \quad \left(\frac{m}{s}\right) \text{ سرعت اولیه متحرک}$$

گام اول:

با استفاده از معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 36 - 0 = 30a \Rightarrow a = 1/2 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{v=at+v_0} 6 = 1/2 t_1 \Rightarrow t_1 = 12s$$

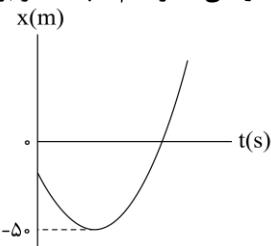
گام دوم:

با نوشتن معادله جابه‌جایی - زمان، زمان مورد نظر را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = 0/6t^2 \Rightarrow 135 = 0/6t^2 \Rightarrow t^2 = 225 \Rightarrow t_2 = 15s \Rightarrow t_2 - t_1 = 15 - 12 = 3s$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است و سرعت متوسط در ۸ ثانیه اول حرکت برابر صفر است. اگر در لحظه  $t_1$  که متحرک از مبدأ محور عبور می‌کند، تندی آن  $20 \frac{m}{s}$  باشد، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  چند متر بر



ثانیه است؟

- ۲ (۱)  
۴ (۲)  
۸ (۳)  
۱۶ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت یکی از مهم‌ترین معادلات حرکت می‌باشد که هم در فصل (۱) و هم در فصل (۲) فیزیک دوازدهم کاربرد دارد. از این معادله با عنوان معادله سرعت - جابه‌جایی نیز یاد شده است و این معادله به صورت‌های زیر نوشته می‌شود.

برای بازه زمانی  $[0, t_1]$ :

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad \text{یا} \quad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

برای بازه زمانی  $[t_1, t_2]$ :

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \quad \text{یا} \quad v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1)$$

که در این روابط  $x_1$  و  $v_1$  متناظر با لحظه  $t_1$  و  $x_2$  و  $v_2$  متناظر با لحظه  $t_2$  می‌باشند.



سرعت متوسط در ۸ ثانیه اول صفر است. پس زمان مربوط به رأس سهمی  $t = 4s$  است. باتوجه به نمودار در لحظه  $t_1$ ، که مکان متحرک صفر است از  $t = 4s$  تا  $t_1$  ثانیه، متحرک ۵۰ متر جابه‌جا شده است:

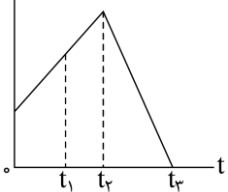
$$v_{t_1}^2 - v_{4s}^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 400 - 0 = 2a(50) \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$0 \rightarrow 4s : a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{0 - v_0}{4} \Rightarrow v_0 = -16 \frac{m}{s}$$

$$0 \rightarrow t_1 : v_{av} = \frac{v_{t_1} + v_0}{2} = \frac{20 + (-16)}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازه زمانی بیش‌تر است؟



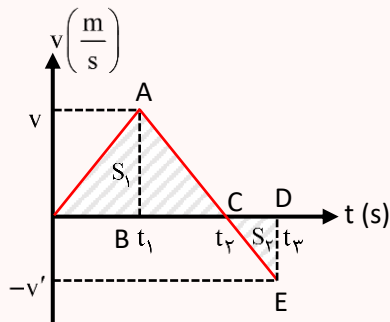
- (۱)  $t_1$  تا  $0$
- (۲)  $t_1$  تا  $t_2$
- (۳)  $t_2$  تا  $0$
- (۴)  $t_2$  تا  $t_3$

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نمودار سرعت - زمان

باتوجه به نمودار سرعت - زمان رسم شده داریم:



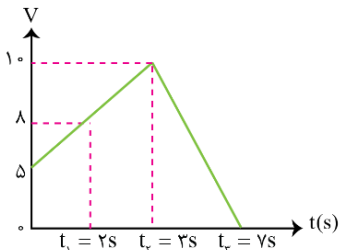
۱- شیب در نمودار سرعت - زمان بیانگر شتاب است.

۲- در لحظه‌ای که نمودار  $v-t$ ، محور  $t$  را قطع می‌کند و علامت سرعت عوض می‌شود، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۳- مساحت محصور بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$  برابر جابه‌جایی ( $\Delta x$ ) است و از نظر اندازه برابر با مسافت ( $L$ ) است. باتوجه به نمودار رسم شده داریم:

$$\Delta x = S_1 - S_2 \quad (L = |S_1| + |S_2| \text{ مسافت})$$

می‌توانیم با عددگذاری منطقی نمودار را تحلیل کنیم:



با توجه به این که سطح زیر نمودار  $v-t$  معرف جابه‌جایی است پس داریم:

$$0 \rightarrow t_1 : S = \frac{(8+5)2}{2} = 13 \rightarrow v_{av} = \frac{13}{2} = 6.5 \frac{m}{s}$$

$$t_1 \rightarrow t_2 : S = \frac{(10+8)1}{2} = 9 \rightarrow v_{av} = \frac{9}{1} = 9 \frac{m}{s}$$

$$0 \rightarrow t_3 : S = \frac{(10+5)3}{2} + \frac{4 \times 10}{2} = 22.5 + 20 = 42.5 \rightarrow v_{av} = \frac{42.5}{5} = 8.5 \frac{m}{s}$$

$$t_2 \rightarrow t_3 : S = \frac{4 \times 10}{2} = 20 \rightarrow v_{av} = \frac{20}{4} = 5 \frac{m}{s}$$

پس در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، سرعت متوسط بزرگ‌تر است.

گروه آموزشی ماز



۳۴- سؤال مناسب برای رشته ریاضی سرعت اولیه رها می شود. تندی متوسط گلوله در نیم ثانیه سوم، چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز و  $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$  است.)

۱۴/۷ (۴)

۱۲/۲۵ (۳)

۹/۸ (۲)

۷/۳۵ (۱)

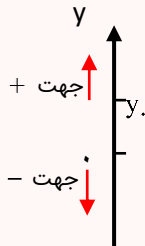
(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### سقوط آزاد

سقوط آزاد یکی از معروفترین نمونه‌های حرکت با شتاب ثابت است.

این حرکت در شرایط خلأ (بدون مقاومت هوا) انجام می‌شود و شتاب ثابت حرکت برابر است با شتاب گرانش و جهت آن رو به مرکز زمین است.



$$g = 9.8 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{\text{برای راحتی کار}} a = -g$$

$$\vec{a} = -g\vec{j}$$

معمولاً در این حرکت سرعت اولیه صفر است و با در نظر گرفتن  $y$  به عنوان مکان اولیه داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = -gt$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_0=0} y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{v_0=0} \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0} v^2 = -2g\Delta y$$

### گام اول:

نیم ثانیه سوم، یعنی بین لحظه‌های  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 1/5s$ :

$$v_1 = gt_1 + v_0 = g \times 1 + 0 \Rightarrow v_1 = g = 9.8 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = gt_2 + v_0 = g \times 1/5 + 0 \Rightarrow v_2 = 1/5g = 1.96 \frac{m}{s}$$

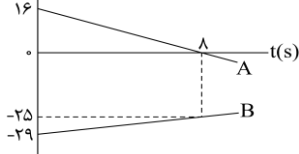
### گام دوم:

برای سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{9.8 + 1.96}{2} = 12/25 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۳۵- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که روی محور  $x$  حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان آن‌ها در SI کدام است؟



(۱) -۲۰

(۲) -۱۸

(۳) -۱۶

(۴) -۱۴

(متوسط - نموداری - ۱۴۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

### حرکت با سرعت ثابت:

حرکتی است که در آن اندازه سرعت (تندی) و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. معادله مکان - زمان این حرکت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x = vt + x_0$$

مکان اولیه متحرک (m)  $\nearrow$

سرعت متحرک ( $\frac{m}{s}$ )  $\searrow$

مکان نهایی متحرک (m)  $\longleftarrow$

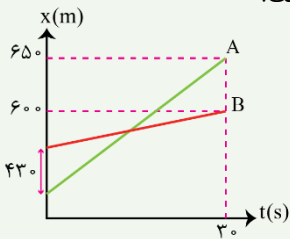


به نمودارهای مکان - زمان و سرعت - زمان در حرکت با سرعت ثابت توجه کنید:

معادله	نوع حرکت
$V = \text{ثابت}$ 	$x = vt + x_0$ زمان - مکان 

مثال:

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به صورت شکل مقابل است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت متحرک B است؟ (سراسری تجربی ۹۴ - خارج)



- پاسخ: گزینه ۳
- (۱) ۱۲
  - (۲) ۱۲/۶
  - (۳) ۱۶
  - (۴) ۱۶/۳

نمودار  $x-t$  هر دو متحرک به صورت یک تابع خطی است. بنابراین معادله مکان - زمان آنها به صورت  $x = vt + x_0$  است. در لحظه  $t = 30s$  متحرک A در مکان  $x_A = 65m$  و متحرک B در مکان  $x_B = 60m$  است؛ پس:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \rightarrow 65 = v_A \times 30 + x_{0A} \rightarrow 65 = 30v_A + x_{0A} \quad (1)$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \rightarrow 60 = v_B \times 30 + x_{0B} \rightarrow 60 = 30v_B + x_{0B} \quad (2)$$

حال طرفین معادله‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$65 - 60 = (30v_A + x_{0A}) - (30v_B + x_{0B}) \Rightarrow 5 = 30(v_A - v_B) + (x_{0A} - x_{0B}) = 30(v_A - v_B) + (-43)$$

$$\Rightarrow 5 = 30(v_A - v_B) - 43 \Rightarrow 5 + 43 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow 48 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = \frac{48}{30} = 1.6 \frac{m}{s}$$

گام اول:

$$v_A = \text{شیب } A = \frac{-16}{\lambda} = -2 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = -2t + 16$$

معادله حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

$$v_B = \text{شیب } B = \frac{4}{\lambda} = \frac{1}{2} \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t - 29$$

گام دوم:

در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -2t + 16 = \frac{1}{2}t - 29 \Rightarrow \frac{5}{2}t = 45 \Rightarrow t = 18s$$

$$x_A = x_B = 0/5 \times 18 - 29 = -20m$$

مکان دو متحرک در این لحظه برابر است با:

گروه آموزشی ماز



- ۳۶- در یک مسیر مستقیم و از یک نقطه، متحرک A در مبدأ زمان با شتاب ثابت a از حال سکون به حرکت درمی آید و در لحظه  $t=2s$ ، متحرک B از همان نقطه و در همان مسیر با شتاب ثابت  $\frac{m}{s^2}$  از حال سکون به حرکت درمی آید. اگر در لحظه  $t=6s$  دو متحرک به هم برسند، فاصله آن‌ها در لحظه  $t=10s$  چند متر است؟
- (۱) ۴/۴ (۲) ۸/۸ (۳) ۱۲/۴ (۴) ۲۴/۸

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

X: مکان متحرک در لحظه t

a: شتاب ثابت متحرک

v<sub>0</sub>: سرعت اولیه

x<sub>0</sub>: مکان اولیه

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک تابعی درجه دوم از زمان است.

جابه‌جایی متحرک A در ۶ ثانیه، با جابه‌جایی متحرک B در مدت ۴ ثانیه ( $2s < t < 6s$ ) برابر است، بنابراین می‌توان گفت:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 = \frac{1}{2}a \times 6^2 = 18a \quad \text{در } 0 < t < 6s$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 = \frac{1}{2}(a + 0/5) \times 4^2 = 8a + 4 \quad \text{در } 2s < t < 6s$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow 18a = 8a + 4 \Rightarrow a = 0/4 \frac{m}{s^2}$$

در ادامه، جابه‌جایی دو متحرک را تا لحظه  $t=10s$  پیدا می‌کنیم. دقت کنید که تا لحظه  $t=10s$ ، متحرک A به مدت ۱۰s و متحرک B به مدت ۸s حرکت کرده‌اند و داریم:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 0/4 \times 10^2 = 20m$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}(a + 0/5)t^2 = \frac{1}{2} \times 0/9 \times 8^2 = 28/8m$$

بنابراین فاصله دو متحرک در لحظه  $t=10s$  برابر  $28/8 - 20 = 8/8m$  است.

گروه آموزشی ماز

- ۳۷- سؤال مناسب برای رشته ریاضی یک نقطه رها می‌شود. یک ثانیه بعد، گلوله دیگری از ده متر پایین‌تر از گلوله اول رها می‌شود. از لحظه رها شدن گلوله دوم تا لحظه‌ای که اولین گلوله به زمین می‌رسد، فاصله دو گلوله چه تغییری می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز فرض شود).
- (۱) ثابت می‌ماند. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) کاهش می‌یابد. (۴) ابتدا کاهش می‌یابد و سپس افزایش می‌یابد.

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

سقوط آزاد:

به حرکت جسمی که فقط تحت تأثیر جاذبه گرانشی در نزدیکی سطح زمین سقوط می‌کند در صورتی که از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، سقوط آزاد گویند.

برای راحتی کار در حل سؤالات سقوط آزاد نقطه رها شدن جسم را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم ( $y_0 = 0$ )

و جهت مثبت محور y را به سمت پایین انتخاب می‌کنیم:

در این صورت علامت شتاب و مکان و سرعت در هر لحظه مثبت خواهد شد.

معادله‌های سقوط آزاد در صورت رها شدن جسم بدون سرعت اولیه به صورت زیر است:

(۱) معادله مکان - زمان:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \xrightarrow{y_0=0, v_0=0} y = \frac{1}{2}gt^2$$

(۲) معادله سرعت - زمان:

$$v = gt + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = gt$$

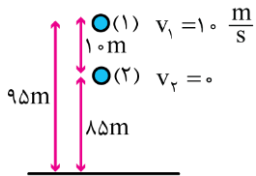
(۳) معادله مستقل از زمان:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$$



در یک ثانیه اول که هنوز گلوله دوم را رها نکرده‌ایم، گلوله اول به اندازه  $\frac{1}{2}g = 5m$  پایین می‌آید و به ارتفاع ۹۵ متری می‌رسد.

در این لحظه گلوله دوم را از ۱۰ متر پایین‌تر از گلوله اول رها می‌کنیم.  
به شکل مقابل توجه کنید:



با توجه به این که سرعت گلوله (۱) بیش‌تر از گلوله (۲) است و شتاب آن‌ها یکسان می‌باشد، ابتدا گلوله (۱) به گلوله (۲) نزدیک می‌شود و پس از عبور آن از گلوله (۲)، فاصله آن‌ها شروع به افزایش می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۳۸- خودرو A با سرعت ثابت  $8 \frac{m}{s}$  در مسیر مستقیم در حرکت است و پشت سر آن خودرو B با سرعت ثابت  $20 \frac{m}{s}$  در همان جهت حرکت می‌کند. وقتی فاصله بین آن‌ها به ۴۶ متر کاهش می‌یابد، خودرو A با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  سرعت خود را کم می‌کند و یک ثانیه بعد خودرو B نیز با شتاب

ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  سرعت خود را کم می‌کند. سرعت خودرو B در لحظه رسیدن به خودرو A چند متر بر ثانیه است؟

۶ (۴)

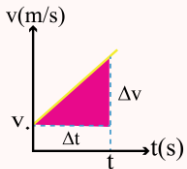
۴ (۳)

۸ (۲)

۲ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

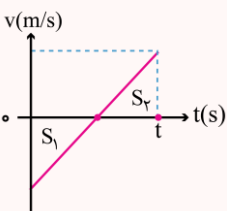
پاسخ: گزینه ۲



شیب نمودار سرعت - زمان:

شیب نمودار سرعت - زمان ثابت است و برابر با شتاب متحرک می‌باشد.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{شیب نمودار سرعت - زمان}$$



مساحت زیر نمودار سرعت - زمان:

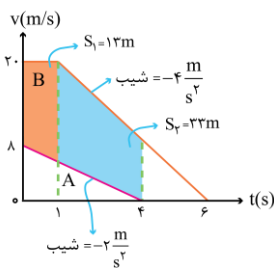
مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی ( $\Delta x$ ) می‌باشد.

اگر همه مساحت‌ها را با علامت مثبت جمع کنیم مسافت طی شده ( $L$ ) به دست می‌آید.

دقت کنید که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان جابجایی ( $\Delta x$ ) است نه مکان ( $x$ ).

$$\Delta x = -S_1 + S_2$$

$$L = S_1 + S_2$$



لحظه‌ای که فاصله دو متحرک به ۴۶m می‌رسد را لحظه  $t=0$  در نظر می‌گیریم و نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم.

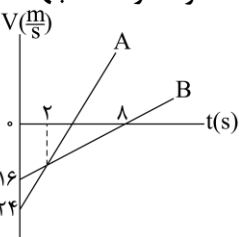
برای آن که دو متحرک به هم برسند، B باید ۴۶m فاصله را جبران کند، یعنی مساحت زیر نمودار سرعت - زمان B باید ۴۶m بیش‌تر از A باشد. با توجه به نمودار،  $S_1 + S_2 = 46m$  است، یعنی در لحظه  $t=4s$ ، دو متحرک به هم می‌رسند و سرعت B در این لحظه برابر است با:

$$v_B = 20 - 2 \times 4 = 20 - 8 = 12 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- دو متحرک در مبدأ زمان، از مبدأ محور می‌گذرند و نمودار سرعت - زمان آن‌ها مطابق شکل است. در بازه زمانی که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، فاصله بین آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۴۸ متر افزایش می‌یابد.
- (۲) ۴۸ متر کاهش می‌یابد.
- (۳) ۶۴ متر افزایش می‌یابد.
- (۴) ۶۴ متر کاهش می‌یابد.





(سخت - نموداری - ۱۲۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

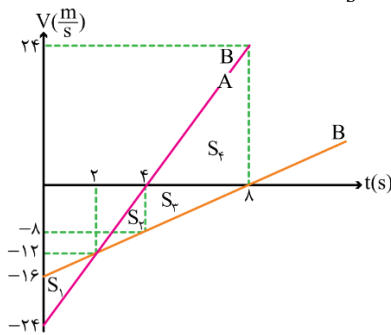
معادله سرعت - زمان دو متحرک را می نویسیم:

$$B \text{ شیب} = a_B = \frac{16}{8} = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow v_B = 2t - 16$$

گام دوم:

بنابراین در لحظه  $t = 2s$  که سرعت دو متحرک برابر می شود، سرعت آن‌ها برابر  $v = 2 \times 2 - 16 = -12 \frac{m}{s}$  است و معادله سرعت - زمان A برابر می شود با:

$$A \text{ شیب} = a_A = \frac{-12 - (-24)}{2} = 6 \frac{m}{s^2} \Rightarrow v_A = 6t - 24$$



بنابراین نمودار سرعت - زمان دو متحرک به صورت زیر تکمیل می شود:

گام سوم:

با توجه به این که دو متحرک از یک مکان شروع به حرکت کرده اند و  $S_1 = S_2$  است، در لحظه  $t = 4s$  هم دو متحرک در یک مکان قرار دارند. بازه‌ای که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می کنند، بازه  $4s < t < 8s$  است که علامت سرعت آن‌ها مخالف هم می باشد. در این بازه، متحرک A اندازه  $|S_4|$  در جهت محور x حرکت می کند و متحرک B به اندازه  $|S_3|$  در خلاف جهت محور x حرکت می کند، پس فاصله آن‌ها به اندازه  $|S_3| + |S_4|$  افزایش می یابد.

$$\text{فاصله} \quad |S_3| + |S_4| = \frac{8 \times 4}{2} + \frac{24 \times 4}{2} = 16 + 48 = 64 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- سؤال مناسب برای رشته ریاضی بین رها می شود. این گلوله  $6^\circ$  ثانیه قبل از رسیدن به سطح زمین در ارتفاع چند متری است؟ (مقاومت هوا ناچیز

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

۴۷/۲ (۴)

۵۷/۸ (۳)

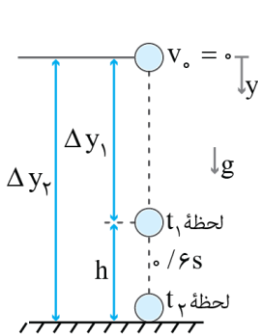
۳۲/۸ (۲)

۲۲/۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

با انتخاب جهت محور y به سمت پایین داریم:



$$g = 10 \frac{m}{s^2}, \Delta y_2 = +80 \text{ m}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t = \Delta t^2$$

$$\Delta y_2 = \Delta t_2^2 \Rightarrow 80 = \Delta t_2^2 \Rightarrow t_2 = 4 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t_1 = t_2 - 0.6 = 3.4 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \Delta y_1 = \Delta t_1^2 = 5 \times 3.4^2 = 57.8 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h = \Delta y_2 - \Delta y_1 = 80 - 57.8 = 22.2 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز



۴۱- متحرک A از حال سکون به حرکت می آید، ۴ ثانیه با شتاب ثابت  $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  حرکت کرده و ۴ ثانیه دوم را با شتاب ثابت  $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  حرکت می کند. متحرک B نیز همزمان با متحرک A از حال سکون با شتاب ثابت حرکت می کند، به طوری که ۴ ثانیه اول را با شتاب ثابت  $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  و ۴ ثانیه دوم را با شتاب ثابت  $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  حرکت می کند. نسبت سرعت متوسط متحرک B به متحرک A در این ۸ ثانیه چقدر است؟

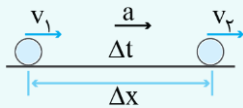
(۱) ۱ (۲)  $\frac{9}{10}$  (۳)  $\frac{15}{16}$  (۴)  $\frac{17}{19}$

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



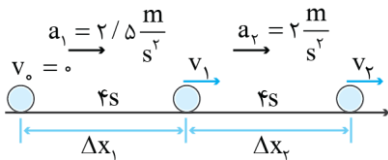
در حرکت با شتاب ثابت، طبق رابطه مستقل از شتاب داریم:



$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t$$

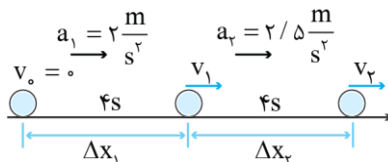
اگر حرکت چند مرحله ای و با شتاب های مختلف باشد، جابجایی هر مرحله باید محاسبه شود.

متحرک A:



$$\begin{cases} v_1 = a_1 t + v_0 = \frac{2}{5} \times 4 + 0 = 1.6 \frac{m}{s} \\ v_2 = a_2 t + v_1 = \frac{2}{5} \times 4 + 1.6 = 3.2 \frac{m}{s} \\ \Delta x_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} \times \Delta t = \frac{0 + 1.6}{2} \times 4 = 3.2 m \\ \Delta x_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t = \frac{1.6 + 3.2}{2} \times 4 = 9.6 m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A = 3.2 + 9.6 = 12.8 m$$

متحرک B:



$$\begin{cases} v_1 = a_1 t + v_0 = \frac{2}{5} \times 4 + 0 = 1.6 \frac{m}{s} \\ v_2 = a_2 t + v_1 = \frac{2}{5} \times 4 + 1.6 = 3.2 \frac{m}{s} \\ \Delta x_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} \times \Delta t = \frac{0 + 1.6}{2} \times 4 = 3.2 m \\ \Delta x_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t = \frac{1.6 + 3.2}{2} \times 4 = 9.6 m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = 3.2 + 9.6 = 12.8 m$$

نسبت سرعت متوسط دو متحرک برابر است با:

$$\frac{(v_{av})_B}{(v_{av})_A} = \frac{\frac{\Delta x_B}{\Delta t}}{\frac{\Delta x_A}{\Delta t}} = \frac{12.8}{12.8} = 1$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- اتومبیل A در مبدأ زمان با شتاب ثابت  $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  از حال سکون از مبدأ محور حرکت می کند. در لحظه  $t = 3s$  اتومبیل B با سرعت ثابت  $16 \frac{m}{s}$  از مبدأ محور می گذرد. در فاصله زمانی  $t_1 = 7s$  تا  $t_2 = 9s$  فاصله بین دو اتومبیل چگونه تغییر می کند؟ (هر دو متحرک در جهت محور x حرکت می کنند.)

- (۱) پیوسته کاهش می یابد. (۲) پیوسته افزایش می یابد.  
(۳) ابتدا افزایش، سپس کاهش می یابد. (۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش می یابد.

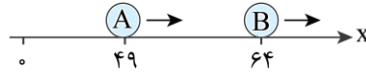


دشوار - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱ (کنکور خارج ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا معادلات حرکت دو متحرک را می نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = t^2 \\ x_B = v_B(t-3) + x_0 = 16(t-3) \end{cases} \xrightarrow{t=Vs} x_A = 49m, x_B = 64m$$



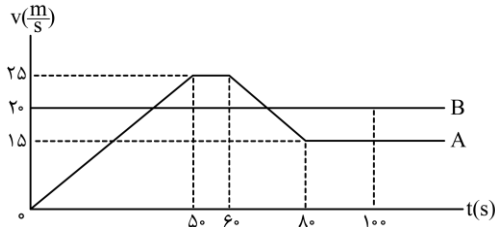
بنابراین در لحظه  $t = Vs$  متحرک B جلوتر از متحرک A است.

$$v_A = at + v_0 = 2t \xrightarrow{t=8s} v_A = v_B = 16 \frac{m}{s}$$

سرعت متحرک A در لحظه  $t = 8s$  برابر با سرعت متحرک B می شود، بنابراین از  $7s$  تا  $8s$ ،  $v_A < v_B$  است و متحرک B در حال دور شدن از A است. از  $8s$  تا  $9s$ ،  $v_A > v_B$  است و متحرک A به B نزدیک می شود. در نتیجه، از  $7s$  تا  $9s$  فاصله دو متحرک ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

گروه آموزشی ماز

۴۳- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک را که روی محور x حرکت می کنند، نشان می دهد که در مبدأ زمان از مبدأ محور می گذرند. وضعیت این دو متحرک در محدوده زمانی نشان داده شده چگونه است؟



- (۱) هرگز به هم نمی رسند.
- (۲) در لحظه های  $t = 40s$  و  $t = 70s$  به هم می رسند.
- (۳) در لحظه های  $t = 60s$  و  $t = 90s$  به هم می رسند.
- (۴) در بازه زمانی  $t = 50s$  تا  $t = 60s$  از کنار هم می گذرند.

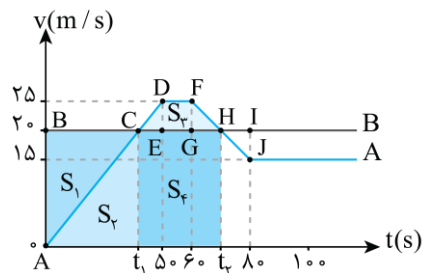
دشوار - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱ (کنکور خارج ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی است.

ابتدا زمان های  $t_1$  و  $t_2$  را محاسبه می کنیم. از تشابه مثلث ها داریم:



$$\triangle ABC \sim \triangle DEC \Rightarrow \frac{25-20}{20-0} = \frac{50-t_1}{t_1-0} \Rightarrow t_1 = 40s$$

$$\triangle FGH \sim \triangle HIJ \Rightarrow \frac{25-20}{20-15} = \frac{t_2-60}{80-t_2} \Rightarrow t_2 = 70s$$

سپس مساحت های  $S_1$  و  $S_2$  را به دست می آوریم:

$$S_1 = \frac{20 \times 40}{2} = 400m, S_2 = (30+10) \times \frac{50}{2} = 1000m$$

در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، متحرک A به اندازه  $S_2$  و متحرک B به اندازه  $S_1 + S_2$  جابجا می شوند، بنابراین متحرک B به اندازه  $S_1 = 400m$  از متحرک A جلو می زند.

در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، متحرک A به اندازه  $S_2 + S_1$  و متحرک B به اندازه  $S_2$  جابجا می شود، بنابراین متحرک A به اندازه  $S_2 = 1000m$  به متحرک B نزدیک می شود و فاصله بین آنها از  $400m$  متر به  $300m$  متر می رسد.

بعد از لحظه  $t_2$ ، همواره سطح زیر نمودار B بیشتر از A است، بنابراین جابجایی B بیشتر از A بوده و فاصله بین آنها افزایش می یابد. در نتیجه، متحرک A هرگز به B نمی رسد.

گروه آموزشی ماز